

Энгельсский технологический институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Естественные и математические науки»

Оценочные материалы по дисциплине

«Б.1.1.22 «Математическая логика и теория алгоритмов»

09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
профиль «Программное обеспечение средств вычислительной техники и
автоматизированных систем»

Перечень компетенций и уровни их сформированности по дисциплинам (модулям), практикам в процессе освоения ОПОП ВО

В процессе освоения образовательной программы у обучающегося в ходе изучения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» должна сформироваться компетенция ОПК-1

Критерии определения сформированности компетенции на различных уровнях ее формирования

Индекс компетенции	Содержание компетенции
ОПК-1.	Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Виды занятий для формирования компетенции	Оценочные средства для оценки уровня сформированности компетенции
ИД -2 опк-1 Применяет методы математической логики и теории алгоритмов при решении задач в сфере информационно-коммуникационных технологий	лекции, практические занятия, самостоятельная работа	письменный опрос, решение задач, вопросы для проведения экзамена, тестовые задания

Уровни освоения компетенции

Уровень освоения компетенции	Критерии оценивания
Продвинутый (отлично)	Знает: в дополнение к знаниям повышенного уровня, знает доказательства теорем Умеет: в дополнение к умениям повышенного уровня, умеет давать математическую постановку прикладных задач Владеет: в дополнение к навыкам повышенного уровня, владеет навыками решения прикладных задач средствами математической логики и теории алгоритмов
Повышенный (хорошо)	Знает: в дополнение к знаниям порогового уровня, знает формулировки теорем Умеет: в дополнение к умениям порогового уровня, умеет решать задачи, сочетая результаты из разных разделов математической логики и теории алгоритмов Владеет: в дополнение к навыкам порогового уровня, владеет навыками решать задачи, сочетая результаты из разных разделов математической логики и теории алгоритмов
Пороговый (базовый) (удовлетворительно)	Знает: теорию множеств, соответствия и бинарные отношения, логические функции, теорию графов. Умеет: выполнять операции над множествами, преобразовывать логические формулы, решать алгоритмические задачи на сетях и графах. Владеет: навыками построения нормальных форм логических функций, навыками решения задач о кратчайших путях и обходах на взвешенных графах

2. Методические, оценочные материалы и средства, определяющие процедуры оценивания сформированности компетенций (элементов компетенций) в процессе освоения ОПОП ВО

2.1 Оценочные средства для текущего контроля

Вопросы для письменного опроса

Тема 1. Исчисление высказываний

1. Высказывания и операции над ними.
2. Формулы логики высказываний.
3. равносильность и тождественная истинность в логике высказываний
4. Основные законы логики высказываний.
5. Логическое следствие и выполнимость в логике высказываний.
6. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы.
7. Алгоритмы приведения к ДНФ и КНФ.
8. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Алгоритм приведения к СДНФ.
9. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Алгоритм приведения к СКНФ
10. Логика высказываний и контактные схемы

Тема 2. Исчисление предикатов

1. Предикаты и операции над ними.
2. Формулы логики предикатов, интерпретация.
3. равносильность и тождественная истинность в логике предикатов. Основные законы логики предикатов.
4. Логическое следствие и выполнимость в логике предикатов.
5. Операции с кванторами
6. Сколемовская нормальная форма. Алгоритм приведения к СНФ.
7. Невыразимость в логике предикатов.
8. Аксиомы и правила вывода для логики предикатов.

Тема 3. Формальные аксиоматические теории.

1. Теорема о дедукции.
2. Теорема об оправданности аксиоматизации.
3. Теорема о непротиворечивости.
4. Теоремы о полноте и о компактности.
5. Независимость схем аксиом в исчислении высказываний.
6. Метод резолюций в логике высказываний.
7. Подстановка и унификация.
8. Метод резолюций в логике предикатов.
9. Семантические деревья, теорема Эрбрана.

10. Полнота метода резолюций в логике предикатов.
11. Метод резолюций и логическое программирование.
12. Стратегии в методе резолюций.
13. Основные замкнутые классы булевых функций.

Тема 4. Основы теории алгоритмов

1. Теорема Поста, предполные классы булевых функций
2. Классы сохранения отношений.
3. Понятие машины Тьюринга, примеры.
4. Алгоритмически неразрешимые проблемы.
5. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества.
6. Рекурсивные функции и алгоритмы Маркова.
7. Задачи и языки, варианты кодировки.
8. Временная сложность детерминированных машин Тьюринга.
9. Полиномиальная сводимость задач.
10. Понятие NP -полноты. NP -полнота задачи «выполнимость».

Задания для письменного опроса

Тема 1. Исчисление высказываний

1. Логические функции $f(x, y)$, $g(x, y)$ заданы столбцами значений $f = [1 \ 1 \ 0 \ 1]^T$, $g = [1 \ 0 \ 1 \ 0]^T$. Для функции $f \& (\neg g) = [..]^T$ последовательность значений имеет вид...

Правильные варианты ответа: 0101;

2.

Для логической функции со столбцом значений $f(x, y) = [1000]^T$ СДНФ имеет вид...

- $\neg x \neg y$
- $\neg xy$
- $x \neg y$
- xy

3.

Для логической функции со столбцом значений $f(x, y) = [1101]^T$ СКНФ имеет вид...

- $\neg x \vee y$
- $\neg x \vee \neg y$
- $x \vee y$
- $x \vee \neg y$

Тема 2. Исчисление предикатов

1. Выразите множество истинности следующего предиката через множества истинности входящих в него элементарных предикатов $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ ($x \in M$).

$$((\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \& R(x)) \vee (\neg R(x) \& \neg P(x)).$$

2. Имеется универсальное множество, содержащее 9 элементов. Подмножества А,В,С этого множества содержат 2,7,4 элементов соответственно. Тогда мощность множества $(\neg A) \times (\neg B) \times (\neg C)$ равна...

3. Из предиката $P(x, y)$, заданного для $(x, y) \in R^2$, постройте с помощью кванторов всевозможные высказывания и определите, какие из них истинные, а какие ложные.

$$P(x, y): |x - y| \geq ||x| - |y||.$$

Тема 3. Формальные аксиоматические теории.

1. Укажите, какие из следующих формул являются аксиомами

а) $(F \rightarrow ((F \rightarrow F) \rightarrow F)) \rightarrow ((F \rightarrow (F \rightarrow F)) \rightarrow (F \rightarrow F));$

б) $F \rightarrow ((\neg F \rightarrow G) \rightarrow F);$

в) $(G \rightarrow H) \rightarrow (F \rightarrow (G \rightarrow H));$

г) $(\neg F \rightarrow G) \rightarrow (\neg G \rightarrow \neg \neg F);$

2. Выясните, является ли данная последовательность формул выводом из аксиом

(1) $G \rightarrow (F \rightarrow G),$

(2) $(G \rightarrow (F \rightarrow G)) \rightarrow (G \rightarrow (G \rightarrow (F \rightarrow G))),$

(3) $G \rightarrow (G \rightarrow (F \rightarrow G)).$

3. Выясните, является ли данная последовательность формул выводом из гипотез

(1) $G \rightarrow H;$

(2) $G;$

(3) $H;$

(4) $H \rightarrow (F \rightarrow H);$

(5) $F \rightarrow H.$

Тема 4. Основы теории алгоритмов

1. Докажите, что функция $\varphi(x) = n$ является примитивно рекурсивной

2. На алфавите $A = \{a, b, c, d\}$ примените марковскую подстановку $ab \rightarrow dc$ к слову $ababab$

3. На алфавите $A = \{1\}$ сконструируйте нормальный алгоритм для вычисления функции $f(x) = x + 1$.

2.2 Оценочные средства для промежуточного контроля

Вопросы для экзамена (семестр 3)

1. Высказывания и операции над ними. Формулы логики высказываний.
2. Равносильность и тождественная истинность в логике высказываний. Основные законы логики высказываний.
3. Логическое следствие и выполнимость в логике высказываний.
4. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Алгоритмы приведения к ДНФ и КНФ.
5. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Алгоритм приведения к СДНФ.
6. Логика высказываний и контактные схемы.
7. Предикаты и операции над ними.
8. Формулы логики предикатов, интерпретация.
9. Равносильность и тождественная истинность в логике предикатов. Основные законы логики предикатов.
10. Логическое следствие и выполнимость в логике предикатов.
11. Сколемовская нормальная форма. Алгоритм приведения к СНФ.

12. Невыразимость в логике предикатов.
13. Аксиомы и правила вывода для логики предикатов.
14. Теорема о дедукции.
15. Теорема об оправданности аксиоматизации.
16. Теорема о непротиворечивости.
17. Теоремы о полноте и о компактности.
18. Независимость схем аксиом в исчислении высказываний.
19. Метод резолюций в логике высказываний.
20. Подстановка и унификация.
21. Метод резолюций в логике предикатов.
22. Семантические деревья, теорема Эрбрана.
23. Полнота метода резолюций в логике предикатов.
24. Метод резолюций и логическое программирование.
25. Стратегии в методе резолюций.
26. Основные замкнутые классы булевых функций.
27. Теорема Поста, предполные классы булевых функций.
28. Классы сохранения отношений.
29. Понятие машины Тьюринга, примеры.
30. Алгоритмически неразрешимые проблемы.
31. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества.
32. Рекурсивные функции и алгоритмы Маркова.
33. Задачи и языки, варианты кодировки.
34. Временная сложность детерминированных машин Тьюринга.
35. Полиномиальная сводимость задач.
36. Понятие NP -полноты. NP -полнота задачи «выполнимость».

Экзаменационные билеты.

Билет 1.

1. Понятие высказывания в математической логике. Операции над высказываниями
2. Семантические деревья, теорема Эрбрана
3. Докажите, что функция $\varphi(x) = n$ является примитивно рекурсивной

Билет 2.

1. Пропозициональные переменные. Формулы алгебры высказываний
2. Полнота метода резолюций в логике предикатов
3. Выясните, является ли данная последовательность формул выводом из аксиом
 - (1) $G \rightarrow (F \rightarrow G)$,
 - (2) $(G \rightarrow (F \rightarrow G)) \rightarrow (G \rightarrow (G \rightarrow (F \rightarrow G)))$,
 - (3) $G \rightarrow (G \rightarrow (F \rightarrow G))$.

Билет 3.

- Формулы алгебры высказываний. Конкретизация формулы логики высказываний Логическое значение составного высказывания
2. Метод резолюций и логическое программирование
 3. Имеется универсальное множество, содержащее 9 элементов. Подмножества А,В,С этого множества содержат 2,7,4 элементов соответственно. Тогда мощность множества $(\neg A) \times (\neg B) \times (\neg C)$ равна...

Билет 4.

1. Выполнимая формула алгебры высказываний. Тавтология
2. Стратегии в методе резолюций

3. Из предиката $P(x, y)$, заданного для $(x, y) \in R^2$, постройте с помощью кванторов всевозможные высказывания и определите, какие из них истинные, а какие ложные.

$$P(x, y): |x - y| \geq ||x| - |y||.$$

Билет 5.

1. Опровержимая формула алгебры высказываний. Противоречие
2. Теорема Поста, предполные классы булевых функций
3. Докажите, что функция $\varphi(x) = n$ является примитивно рекурсивной

Билет 6.

1. Тавтология. Основные правила получения тавтологий в алгебре высказываний
2. Классы сохранения отношений
3. На алфавите $A = \{1\}$ сконструируйте нормальный алгоритм для вычисления функции $f(x) = x + 1$.

Билет 7.

1. Правило заключения (modus ponens) в алгебре высказываний
2. Понятие машины Тьюринга, примеры
2. На алфавите $A = \{a, b, c, d\}$ примените марковскую подстановку $ab \rightarrow dc$ к слову $ababab$

Билет 8.

1. Правило подстановки в алгебре высказываний
2. Алгоритмически неразрешимые проблемы
3. Выразите множество истинности следующего предиката через множества истинности входящих в него элементарных предикатов $P(x), Q(x), R(x)$ ($x \in M$).

$$((\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \& R(x)) \vee (\neg R(x) \& \neg P(x)).$$

Билет 9.

1. Равносильные (эквивалентные) формулы алгебры высказываний. Теорема о замене равносильных формул алгебры высказываний
2. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества
3. Выясните, является ли данная последовательность формул выводом из аксиом

- (1) $G \rightarrow (F \rightarrow G)$,
- (2) $(G \rightarrow (F \rightarrow G)) \rightarrow (G \rightarrow (G \rightarrow (F \rightarrow G)))$,
- (3) $G \rightarrow (G \rightarrow (F \rightarrow G))$.

Билет 10.

1. Признак равносильности формул алгебры высказываний
2. Рекурсивные функции и алгоритмы Маркова
3. Выясните, является ли данная последовательность формул выводом из гипотез

- (1) $G \rightarrow H$;
- (2) G ;
- (3) H ;
- (4) $H \rightarrow (F \rightarrow H)$;
- (5) $F \rightarrow H$.

Билет 11.

1. Логическое следствие в алгебре высказываний. Посылки для логического следствия
 2. Задачи и языки, варианты кодировки
- Доказать в исчислении высказываний (буквы обозначают произвольные формулы):

$$(\neg X \vee (Y \vee \neg Z)) \vdash (\neg(Z \rightarrow \neg X) \rightarrow \neg(Y \rightarrow \neg X))$$

Билет 12.

1. Признак логического следствия в алгебре высказываний
2. Временная сложность детерминированных машин Тьюринга
3. Построить таблицы истинности для следующих схем: 1) $(X \rightarrow Y) \vee (X \rightarrow Y \wedge X)$; 2) $X \wedge (Y \rightarrow X) \rightarrow \neg X$;

Билет 13.

1. Нахождение следствий из данных посылок в алгебре высказываний
2. Полиномиальная сводимость задач
3. Доказать, что следующие высказывательные схемы не являются тавтологиями:
1) $((X \rightarrow Y \wedge Z) \rightarrow (\neg Y \rightarrow \neg X)) \rightarrow \neg Y$; 2) $X \vee Y \vee Z \rightarrow (X \vee Y) \wedge (X \vee Y)$;

Билет 14.

1. Нахождение посылок для данного следствия в алгебре высказываний
2. Понятие NP -полноты. NP -полнота задачи «выполнимость»
3. С помощью равносильных преобразований доказать, что высказывательная схема является противоречием: 1) $(X \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow X) \wedge (X \wedge \neg Y \vee \neg X \wedge Y)$;

Билет 15

1. Равносильность предикатов. Следование предикатов
2. Классы сохранения отношений
3. Изобразить геометрическое место точек координатной плоскости Oxy , для которых: 1) $x \geq 0$;

Билет 16.

1. Понятие предиката. Множество истинности предиката. Классификация предикатов, определенных на данном множестве
2. Теорема Поста, предполные классы булевых функций
3. Найти какое-нибудь предложение с одной свободной числовой переменной, которое выполняется для всех значений переменной, кроме 3, 5, 17.

Билет 17.

1. Логические операции над предикатами
2. Понятие машины Тьюринга, примеры
3. С помощью теоремы Поста доказать, что следующие множества логических операций, где $\sigma 1(X, Y, Z) = X + Y + Z$, не являются полными: 1) $\{0, \wedge, \sigma 1\}$; 2) $\{1, \wedge, \sigma 1\}$

Билет 18.

1. Кванторные операции над предикатами
2. Алгоритмически неразрешимые проблемы
3. Доказать, что трехместная логическая операция, задаваемая многочленом $X \wedge Y + X \wedge Z + Y \wedge Z$, является самодвойственной

Оценивание результатов обучения в форме уровня сформированности элементов компетенций проводится путем контроля во время промежуточной аттестации в форме экзамена:

а) оценка «отлично» – часть компетенции сформирована полностью на продвинутом уровне;

б) оценка «хорошо» – часть компетенции сформирована на повышенном уровне;

в) оценка «удовлетворительно» часть компетенции сформирована сформированы на пороговом уровне;

г) оценка «неудовлетворительно» - часть компетенции сформирована не сформированы.

Критерии, на основе которых выставляются оценки при проведении текущего контроля и промежуточной аттестации приведены в табл. 1.

Оценка «неудовлетворительно» ставятся также в случаях, если обучающийся не приступал к выполнению задания, а также при обнаружении следующих нарушений:

- списывание;
- плагиат;
- фальсификация данных и результатов работы.

Таблица 1 – Критерии выставления оценок при проведении текущего контроля и промежуточной аттестации

Шкала оценки	Оценка	Критерий выставления оценки
Четырехбалльная шкала	отлично	Обучающийся ответил на все теоретические вопросы. Показал знания в рамках учебного материала, в том числе и по заданиям СРС. Выполнил практические задания. Показал высокий уровень умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в расширенных рамках учебного материала.
	хорошо	Обучающийся ответил на большую часть теоретических вопросов. Показал знания в узких рамках учебного материала. Выполнил практические задания с допустимой погрешностью. Показал хороший уровень умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала.
	удовлетворительно	Обучающиеся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал низкий уровень знаний и умений в рамках учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы были допущены неправильные ответы
	неудовлетворительно	Обучающиеся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал крайне низкий уровень знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов

2.3. Итоговая диагностическая работа по дисциплине

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Математическая логика и теория алгоритмов»

Компетенции¹:

Номер задания	Правильный ответ *	Содержание вопроса	Компетенция	Код и наименование индикатора достижения компетенции
1.	0101	Логические функции $f(x, y), g(x, y)$ заданы столбцами значений $f = [1 \ 1 \ 0 \ 1]^T, g = [1 \ 0 \ 1 \ 0]^T$. Для функции $f \& (\neg g) = [\dots]^T$ последовательность значений имеет вид...	ОПК-1	ИД -2 олк-1 Применяет методы математической логики и теории алгоритмов при решении задач в сфере информационно-коммуникационных технологий
2.	1) $\neg x \neg y$	Для логической функции со столбцом значений $f(x, y) = [1000]^T$ СДНФ имеет вид... 1) $\neg x \neg y$ 2) $\neg xy$ 3) $x \neg y$ 4) xy	ОПК-1	ИД -2 олк-1
3.	1) $x \vee y$	Для логической функции со столбцом значений $f(x, y) = [0111]^T$ СКНФ имеет вид... 1) $x \vee y$ 2) $x \vee \neg y$ 3) $\neg x \vee y$ 4) $\neg x \vee \neg y$		

¹ Перечислить все компетенции, формируемые учебной дисциплиной

Номер задания	Правильный ответ *	Содержание вопроса	Компетенция	Код и наименование индикатора достижения компетенции
4.	56	Имеется универсальное множество, содержащее 10 элементов. Подмножества А,В,С этого множества содержат 2,7,4 элементов соответственно. Тогда мощность множества $A \times B \times C$ равна...	ОПК-1	ИД -2 оПК-1
5.	пустое	Множество, не содержащее ни одного элемента - это ... множество	ОПК-1	ИД -2 оПК-1
6.	пересечение	Множество тех элементов, которые содержатся во всех данных множествах - это ... множеств	ОПК-1	ИД -2 оПК-1
7.	объединение	Множество тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из данных множеств - это ... множеств	ОПК-1	ИД -2 оПК-1
8.	универсальное	Множество, содержащее в качестве элементов все рассматриваемые элементы - это ... множество	ОПК-1	ИД -2 оПК-1
9.	разность	Множество всех тех элементов множества А, которые не входят в множество В - это ... множеств А и В	ОПК-1	ИД -2 оПК-1
10.	дополнение	Разность универсального и данного множеств - это ... к данному множеству	ОПК-1	ИД -2 оПК-1
11.	функция	Соответствие между двумя множествами, при котором каждому прообразу соответствует единственный образ - это ...	ОПК-1	ИД -2 оПК-1
12.	подмножество;	Если каждый элемент множества А принадлежит множеству В, то А - это ... множества В	ОПК-1	ИД -2 оПК-1

Номер задания	Правильный ответ *	Содержание вопроса	Компетенция	Код и наименование индикатора достижения компетенции
13.	1) символов логических операций 2) предметных переменных 3) вспомогательных символов 4) функциональных и предикатных символов 5) некоторых констант	Алфавит языка логики первого порядка (УИП) состоит из 1) символов логических операций 2) предметных переменных 3) вспомогательных символов 4) функциональных и предикатных символов 5) некоторых констант 6) теорем и правил	ОПК-1	ИД -2 оПК-1
14.	Дискретность, понятность, массовость, конечность, детерминированность	Каким свойствам должен удовлетворять любой алгоритм?	ОПК-1	ИД -2 оПК-1
15.	оператор сдвига, оператор аннулирования, оператор проектирования	Перечислите простейшие примитивно рекурсивные функции.	ОПК-1	ИД -2 оПК-1