

Энгельсский технологический институт (филиал)  
федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Естественные и математические науки»

**Оценочные материалы по дисциплине**

«Б.1.1.30 «Дополнительные главы математики»

09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»  
профиль «Программное обеспечение средств вычислительной техники и  
автоматизированных систем»

09.03.04 «Программная инженерия»  
профиль «Управление разработкой программных проектов»

## Перечень компетенций и уровни их сформированности по дисциплинам (модулям), практикам в процессе освоения ОПОП ВО

В процессе освоения образовательной программы у обучающегося в ходе изучения дисциплины «Дополнительные главы математики» должна сформироваться компетенция ОПК-1

Критерии определения сформированности компетенции на различных уровнях ее формирования

| Индекс компетенции | Содержание компетенции  |
|--------------------|---|
| ОПК-1.             | ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности |

| Код и наименование индикатора достижения компетенции  | Виды занятий для формирования компетенции                  | Оценочные средства для оценки уровня сформированности компетенции                  |
|---|--|--|
| <b>ИД-5</b> опк-1<br>Применяет знания по теории вероятностей и математической статистике для теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности | лекции,<br>практические занятия,<br>самостоятельная работа | письменный опрос, решение задач, вопросы для проведения экзамена, тестовые задания |

### Уровни освоения компетенции

| Уровень освоения компетенции            | Критерии оценивания  |
|---|--|
| Продвинутый (отлично)                   | <b>Знает:</b> в дополнение к знаниям повышенного уровня, знает доказательства теорем<br><b>Умеет:</b> в дополнение к умениям повышенного уровня, умеет давать математическую постановку прикладных задач<br><b>Владеет:</b> в дополнение к навыкам повышенного уровня, владеет навыками решения прикладных задач средствами теории вероятностей и математической статистики  |
| Повышенный (хорошо)                     | <b>Знает:</b> в дополнение к знаниям порогового уровня, знает формулировки теорем<br><b>Умеет:</b> в дополнение к умениям порогового уровня, умеет решать задачи, сочетая расчетные формулы из разных разделов теории вероятностей и математической статистики<br><b>Владеет:</b> в дополнение к навыкам порогового уровня, владеет навыками решать задачи, сочетая расчетные формулы из разных разделов теории вероятностей и математической статистики |
| Пороговый (базовый) (удовлетворительно) | <b>Знать:</b> основные результаты теории вероятностей и математической статистики.<br><b>Уметь:</b> решать задачи теории вероятностей и математической статистики<br><b>Владеть:</b> методами математического моделирования с использованием теории вероятностей и математической статистики   |

## 2. Методические, оценочные материалы и средства, определяющие процедуры оценивания сформированности компетенций (элементов компетенций) в процессе освоения ОПОП ВО

### 2.1 Оценочные средства для текущего контроля<sup>1</sup>

#### Вопросы для письменного опроса

##### Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов

1. Условные математические ожидания: определение, существование и единственность, основные свойства.
2. Теоремы о предельном переходе под знаком условного математического ожидания.
3. Мартингалы, субмартингалы и супермартингалы: определения, основные свойства, примеры.
4. Мартингал-разность, связь с мартингалами. Свойства L2-мартингалов и мартингал-разностей.
5. Разложение Дуба.
6. Моменты остановки: определение, основные свойства. Момент первого попадания в борелевское множество.
7. Сигма-алгебра: определение и свойства.
8. Стохастическая последовательность, остановленная в случайный момент времени. Остановленные мартингалы.

##### Тема 2. . Потоки событий

1. Основная теорема сходимости для равномерно интегрируемых последовательностей.
2. Равномерно интегрируемые мартингалы.
3. Ветвящиеся процессы: определение. Производящие функции: основные свойства. Производящая функция ветвящегося процесса.
4. Вероятность вырождения.
5. Математическое ожидание и дисперсия ветвящегося процесса.
6. Предельные теоремы.
7. Общее число частиц в ветвящемся процессе.
8. Гауссовские процессы

##### Тема 3. Марковские случайные процессы

1. Дискретные цепи Маркова: определения, основные свойства, примеры.
2. Независимость «прошлого» и «будущего» при фиксированном «настоящем».
3. Матрица переходных вероятностей, её свойства. Уравнение Колмогорова – Чепмена.
4. Классификация состояний.
5. Производящие функции. Лемма Абеля.
6. Критерий возвратности состояний.
7. Теорема о числе возвращений в возвратное/невозвратное состояние.
8. Свойства моментов возвращения в возвратное состояние.
9. Теорема солидарности.
10. Теорема о стационарном распределении. Эргодичность

---

<sup>1</sup> Перечень оценочных средств, рекомендованных к использованию при формировании оценочных материалов представлены в Приложении 2.

## Задания для письменного опроса

### Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов

**1.13.** Определите математическое ожидание, дисперсию и ковариационную функцию скалярного случайного процесса

$$\xi(t, \omega) \triangleq 2u(\omega) \sin(\nu t) + 3v(\omega)t^2 + 5, \quad t \in T,$$

где  $\nu$  — известный неслучайный параметр, а  $u(\omega)$  и  $v(\omega)$  — скалярные случайные величины с известными числовыми характеристиками:  $\mathbf{M}[u(\omega)] = 1$ ;  $\mathbf{M}[v(\omega)] = 2$ ;  $\mathbf{D}[u(\omega)] = 0,1$ ;  $\mathbf{D}[v(\omega)] = 0,9$ ;  $\rho(u(\omega); v(\omega)) = -0,3$ .

О т в е т:

$$m_\xi(t) = 2 \sin(\nu t) + 6t^2 + 5;$$

$$\sigma_\xi^2(t) = 0,4 \sin^2(\nu t) + 8,1t^4 - 1,08t^2 \sin(\nu t);$$

$$K_\xi(t_1, t_2) = 0,4 \sin(\nu t_1) \sin(\nu t_2) + 8,1t_1^2 t_2^2 - 0,54(t_1^2 \sin(\nu t_2) + t_2^2 \sin(\nu t_1)).$$

**1.14.** Пусть известны числовые характеристики двумерного случайного вектора  $u(\omega) = (u_1(\omega) \ u_2(\omega))^T$ :

$$\mathbf{M}[u(\omega)] = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{cov}[u(\omega)] = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 2,9 \end{pmatrix}.$$

Найдите математическое ожидание, дисперсию и ковариационную функцию скалярного случайного процесса

$$\xi(t, \omega) \triangleq u_1(\omega) \cos t + u_2(\omega) \sin t + t, \quad t \in T.$$

О т в е т:

$$m_\xi(t) = -0,5 \cos t + \sin t + t;$$

$$\sigma_\xi^2(t) = 3 \cos^2 t + 2,9 \sin^2 t - 2 \sin 2t;$$

$$K_\xi(t_1, t_2) = 3 \cos t_1 \cos t_2 + 2,9 \sin t_1 \sin t_2 - 2 \sin(t_1 + t_2).$$

**1.15.** Найдите математическое ожидание, ковариационную функцию, дисперсию и одномерный закон распределения скалярного случайного процесса

$$\xi(t, \omega) \triangleq \alpha(\omega)t + \beta(\omega)t^2, \quad t \in T = [0, \infty),$$

где  $\alpha(\omega)$  и  $\beta(\omega)$  — независимые скалярные случайные величины, распределенные по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma^2 = 0,25$ .

О т в е т:

$$m_\xi(t) \equiv 0; \quad K_\xi(t_1, t_2) = 0,25t_1 t_2 + 0,25t_1^2 t_2^2;$$

$$\sigma_\xi^2(t) = 0,25t^2(1+t^2); \quad f_\xi(x|t) = \sqrt{\frac{2}{\pi t^2(1+t^2)}} \exp\left[-\frac{2x}{t^2(1+t^2)}\right].$$

**1.16.** Найдите ковариационную функцию и дисперсию скалярного случайного процесса

$$\xi(t, \omega) \triangleq \sum_{k=1}^n [\alpha_k(\omega) \cos(\nu_k t) + \beta_k(\omega) \sin(\nu_k t)], \quad t \in T \subset \mathbb{R},$$

если  $\nu_k$ ,  $k = \overline{1, n}$ , — известные неслучайные параметры, некоррелированные скалярные случайные величины  $\alpha_k(\omega)$ ,  $\beta_k(\omega)$ ,  $k = \overline{1, n}$ , имеют нулевые математические ожидания и равные дисперсии  $\mathbf{D}[\alpha_k(\omega)] = \mathbf{D}[\beta_k(\omega)] = \sigma_k^2$ ,  $k = \overline{1, n}$ .

О т в е т:

$$K_\xi(t_1, t_2) = \sum_{k=1}^n \sigma_k^2 \cos[\nu_k(t_2 - t_1)]; \quad \sigma_\xi^2(t) = \sum_{k=1}^n \sigma_k^2.$$

## Тема 2. . Поток событий

**6.10.** В систему обслуживания поступает в среднем две заявки в час. Считая входной поток простейшим, определите: а) среднее число заявок, поступающих в систему обслуживания за 8 часов; б) вероятность того, что в течение одного часа поступит по крайней мере одна заявка.

О т в е т: а) 16; б) 0,865.

**6.11.** В ресторан прибывает в среднем 20 посетителей в час. Считая поток посетителей простейшим и зная, что ресторан открывается в 11.00, определите:

а) вероятность того, что в 11.12 в ресторан придет 20 посетителей при условии, что в 11.07 их было 18;

б) вероятность того, что между 11.28 и 11.30 в ресторане окажется новый посетитель, если известно, что предшествующий посетитель прибыл в 11.25.

О т в е т: а) 0,262; б) 0,487.

**6.12.** Система обслуживания представляет собой автоматическую телефонную станцию, которая может обеспечить не более трех переговоров одновременно. Заявка-вызов, поступившая в тот момент, когда все каналы заняты, получает отказ и покидает систему. В среднем на станцию поступает 0,8 вызовов в минуту, а средняя продолжительность одних переговоров равна 1,5 минуты. Для стационарного режима функционирования системы необходимо определить: а) вероятности состояний системы; б) абсолютную и относительную пропускные способности; в) вероятность отказа; г) среднее число занятых каналов.

О т в е т: а)  $p_0 \approx 0,312$ ,  $p_1 \approx 0,374$ ,  $p_2 \approx 0,224$ ,  $p_3 \approx 0,090$ ; б) 0,728, 0,910; в) 0,090; г) 1,09.

**6.13.** Автозаправочная станция имеет одну бензоколонку с площадкой, допускающей пребывание в очереди на заправку не более трех автомашин одновременно. Если в очереди на заправку уже находятся три автомашины, то очередная автомашина, прибывшая на станцию, проезжает мимо. В среднем на заправку прибывает одна автомашина в минуту, а сам процесс заправки в среднем длится 1,25 минуты. Для стационарного режима функционирования автозаправочной станции необходимо определить: а) вероятность отказа; б) относительную и абсолютную пропускные способности; в) среднее число автомашин в очереди на заправку; г) среднее число автомашин, находящихся на автозаправочной станции; д) среднее время ожидания в очереди; е) среднее время пребывания автомобиля на автозаправочной станции.

О т в е т: а) 0,297; б) 0,703, 0,703; в) 1,56; г) 2,44; д) 1,56; е) 2,44.

### Тема 3. Марковские случайные процессы

**5.10.** Известна матрица  $P$  переходных вероятностей однородной цепи Маркова. Определите: а) число возможных состояний этой цепи; б) вероятности состояний после двух шагов, если на нулевом шаге вероятности состояний одинаковы, а

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}.$$

О т в е т: а) 3; б)  $p(2) = (1/2 \ 1/3 \ 1/6)^T$ .

**5.11.** Матрица переходных вероятностей однородной цепи Маркова имеет вид

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0,3 & 0,7 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}.$$

Определите: а) состояния, из которых достигается состояние  $S_k$ ,  $k = \overline{1, 4}$ ; б) состояния, которые достигаются из состояния  $S_i$ ,  $i = \overline{1, 4}$ .

О т в е т: а) состояния  $S_k$ ,  $k = 1, 2, 3$ , достигаются из любого состояния, а состояние  $S_4$  не достигается ни из одного состояния; б) из состояний  $S_k$ ,  $k = 1, 2, 3$ , достигаются все состояния, кроме  $S_4$ , а из состояния  $S_4$  достигаются все состояния.

**5.12.** Пусть в начальный момент времени  $t = 0$  система с равной вероятностью находится в одном из возможных состояний, изображаемых точкой на оси  $Ox$ :  $x = -1$  — состояние  $S_1$ ;  $x = 0$  — состояние  $S_2$ ;  $x = 1$  — состояние  $S_3$ ;  $x = 2$  — состояние  $S_4$ . В зависимости от случая точка может перемещаться вправо или влево на единичное расстояние: вправо с вероятностью  $1/6$ , влево с вероятностью  $5/6$ . Из состояний  $S_1$  и  $S_4$  перемещения невозможны. Найдите матрицу переходных вероятностей и векторы вероятностей состояний на нулевом, первом и втором шагах.

О т в е т:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{5}{6} & 0 & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & \frac{5}{6} & 0 & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad P(0) = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix},$$

$$P(1) = \begin{pmatrix} \frac{11}{24} \\ \frac{5}{24} \\ \frac{1}{24} \\ \frac{7}{24} \end{pmatrix}, \quad P(2) = \begin{pmatrix} \frac{91}{144} \\ \frac{5}{144} \\ \frac{5}{144} \\ \frac{43}{144} \end{pmatrix}.$$

**5.13.** Граф состояний системы представлен на рис. 5.13. Запишите систему линейных алгебраических уравнений для предельных вероятностей состояний.

О т в е т:

$$\begin{cases} (\lambda_{12} + \lambda_{13})p_1 - \lambda_{21}p_2 - \lambda_{31}p_3 = 0, \\ \lambda_{12}p_1 - (\lambda_{23} + \lambda_{24})p_2 = 0, \\ \lambda_{13}p_1 + \lambda_{23}p_2 - \lambda_{31}p_3 + \lambda_{43}p_4 = 0, \\ \lambda_{24}p_2 - \lambda_{43}p_4 = 0, \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1. \end{cases}$$

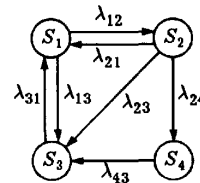


Рис. 5.13

**5.15.** Граф состояний системы представлен на рис. 5.15.

Определите предельные вероятности ее состояний.

О т в е т:

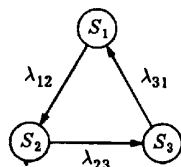


Рис. 5.15

$$p_1 = \frac{1}{K}, \quad p_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}K}, \quad p_3 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{31}K},$$

$$\text{где } K = 1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{31}}.$$

## Задания для выполнения лабораторных работ

Лабораторные работы не предусмотрены

## 2.2 Оценочные средства для промежуточного контроля<sup>4</sup>

### Вопросы для зачета (семестр 4)

1. Дискретные цепи Маркова: определения, основные свойства, примеры.
2. Независимость «прошлого» и «будущего» при фиксированном «настоящем».
3. Матрица переходных вероятностей, её свойства. Уравнение Колмогорова – Чепмена.
4. Классификация состояний.
5. Производящие функции. Лемма Абеля.
6. Критерий возвратности состояний.
7. Теорема о числе возвращений в возвратное/невозвратное состояние.
8. Свойства моментов возвращения в возвратное состояние.
9. Теорема солидарности.
10. Теорема о стационарном распределении. Эргодичность
11. Условные математические ожидания: определение, существование и единственность, основные свойства.
12. Теоремы о предельном переходе под знаком условного математического ожидания.
13. Мартингалы, субмартингалы и супермартингалы: определения, основные свойства, примеры.
14. Мартингал-разность, связь с мартингалами. Свойства L2-мартингалов и мартингал-разностей.
15. Разложение Дуба.
16. Моменты остановки: определение, основные свойства. Момент первого попадания в борелевское множество.
17. Сигма-алгебра: определение и свойства.
18. Стохастическая последовательность, остановленная в случайный момент времени. Остановленные мартингалы.
19. Теоремы об оптимальной остановке.
20. Основные неравенства для мартингалов и субмартингалов.

21. Неравенство Дуба для числа пересечений полосы.
22. Основная теорема сходимости субмартингалов.
23. Равномерная интегрируемость: определение и основные свойства.
24. Основная теорема сходимости для равномерно интегрируемых последовательностей.
25. Равномерно интегрируемые мартингалы.
26. Ветвящиеся процессы: определение. Производящие функции: основные свойства.  
Производящая функция ветвящегося процесса.
27. Вероятность вырождения.
28. Математическое ожидание и дисперсия ветвящегося процесса.
29. Предельные теоремы.
30. Общее число частиц в ветвящемся процессе.
31. Гауссовские процессы.
32. Броуновское движение: определение и основные свойства.
33. Марковское и строго марковское свойства броуновского движения.
34. Броуновское движение и мартингалы.
35. Вариация и квадратическая вариация.

### Экзаменационные билеты.

|   |   |
|---|---|
| <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 1</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Вариация и квадратическая вариация</li> <li>2. Задача</li> </ol> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой _____</p> | <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 2</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Марковское и строго марковское свойства броуновского движения</li> <li>2. Задача</li> </ol> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой _____</p> |
| <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 3</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Гауссовские процессы</li> <li>2. Задача</li> </ol> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой _____</p>               | <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 4</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Броуновское движение: определение и основные свойства</li> <li>2. Задача</li> </ol> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой _____</p>        |
| <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 5</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Предельные теоремы</li> <li>2. Задача</li> </ol> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой _____</p>                 | <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 6</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Общее число частиц в ветвящемся процессе</li> <li>2. Задача</li> </ol> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой _____</p>                     |
| <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 7</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Вероятность вырождения</li> <li>2. Задача</li> </ol> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой _____</p>             | <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 8</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Математическое ожидание и дисперсия ветвящегося процесса</li> <li>2. Задача</li> </ol> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой _____</p>     |
| <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 9</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Теоремы об оптимальной остановке</li> <li>2. Задача</li> </ol> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой _____</p>   | <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 10</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Основные неравенства для мартингалов и субмартингалов</li> <li>2. Задача</li> </ol> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой _____</p>       |



|  |  |
|--|--|
| <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 11<br/>1. Моменты остановки: определение, основные свойства.<br/>Момент первого попадания в борелевское множество<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p> | <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 12<br/>1. Стохастическая последовательность, остановленная в случайный момент времени<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p>                     |
| <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 13<br/>1. Теоремы о предельном переходе под знаком условного математического ожидания<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p>                             | <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 14<br/>1. Мартингалы, субмартингалы и супермартингалы: определения, основные свойства, примеры<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p>            |
| <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 15<br/>1. Теорема о стационарном распределении.<br/>Эргодичность<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p>  | <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 16<br/>1 Условные математические ожидания: определение, существование и единственность, основные свойства<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p> |
| <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 17<br/>1. Свойства моментов возвращения в возвратное состояние<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p>  | <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 18<br/>1. Теорема солидарности<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p>  |
| <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 19<br/>1. Критерий возвратности состояний<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p>   | <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 20<br/>1. Теорема о числе возвращений в возвратное/невозвратное состояние<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p>                                 |
| <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 21<br/>1. Классификация состояний<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p>   | <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 22<br/>1. Производящие функции. Лемма Абеля<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p>   |
| <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 23<br/>1. Дискретные цепи Маркова: определения, основные свойства, примеры<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p>  | <p>Энгельсский технологический институт<br/>кафедра ЕМН<br/>Дисциплина: Дополнительные главы математики<br/>Экзаменационный билет № 24<br/>1. Матрица переходных вероятностей, её свойства. Уравнение Колмогорова – Чепмена<br/>2. Задача</p> <p style="text-align: right;">Зав.кафедрой</p>                   |

Оценивание результатов обучения в форме уровня сформированности элементов компетенций проводится путем контроля во время промежуточной аттестации в форме зачета:

- а) оценка «зачтено» – компетенция(и) или ее часть(и) сформированы полностью на пороговом, повышенном или продвинутом уровне;
- б) оценка «не зачтено» – компетенция(и) или ее часть(и) не сформированы

Критерии, на основе которых выставляются оценки при проведении текущего контроля и промежуточной аттестации приведены в табл. 1.

Оценка «не зачтено» ставятся также в случаях, если обучающийся не приступал к выполнению задания, а также при обнаружении следующих нарушений:

- списывание;
- плагиат;
- фальсификация данных и результатов работы.

Таблица 1 – Критерии выставления оценок при проведении текущего контроля и промежуточной аттестации

| Шкала оценки       | Оценка     | Критерий выставления оценки   |
|--------------------|------------|---|
| Двухбалльная шкала | зачтено    | Обучающийся ответил на большую часть теоретических вопросов. Выполнил практические задания с допустимой погрешностью.   |
|                    | не зачтено | Обучающиеся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал крайне низкий уровень знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов |

## 2.3. Итоговая диагностическая работа по дисциплине

### ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), ПРАКТИКЕ

Компетенции<sup>2</sup>:

| Номер задания | Правильный ответ * | Содержание вопроса  | Компетенция | Код и наименование индикатора достижения компетенции   |
|---------------|--------------------|---|-------------|--|
| 1.            | 0,054              | Техническая система состоит из $n = 3$ подсистем, которые могут отказать независимо друг от друга. Отказ каждой подсистемы приводит к отказу всей системы. Вероятность того, что в течение времени $t$ первая подсистема проработает безотказно, равна 0,7, вторая — 0,9, третья — 0,8. Найти вероятность того, что в течение времени $t$ система проработает безотказно.                         | ОПК-1       | ИД-5 опк-1<br>Применяет знания по теории вероятностей и математической статистике для теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности |
| 2.            | 0,0952             | Известно, что серийно выпускаемая деталь имеет экспоненциальное распределение времени до отказа с параметром $\lambda = 10^{-5}$ час <sup>-1</sup> . Деталь используется конструктором при разработке нового прибора. Назначенный ресурс прибора $T_n = 10^4$ час.<br>Определить следующие показатели надежности детали:<br><input type="checkbox"/> вероятность отказа детали до момента $T_n$ ; | ОПК-1       | ИД -5 опк-1  |

<sup>2</sup> Перечислить все компетенции, формируемые учебной дисциплиной

| Номер задания | Правильный ответ * | Содержание вопроса  | Компетенция  | Код и наименование индикатора достижения компетенции |  |   |    |                   |   |    |                   |   |    |                     |   |   |                   |       |             |
|---------------|--------------------|---|--------------|--|--|---|----|-------------------|---|----|-------------------|---|----|---------------------|---|---|-------------------|-------|-------------|
| 3.            | $2 \cdot 10^{-4}$  | <p>Проектируется нерезервированная система, состоящая из элементов четырех групп. Количество элементов каждой группы, а также интенсивности их отказов приведены в табл. 1.9.</p> <p><b>Таблица</b> Данные о числе элементов системы и интенсивности их отказов</p> <table border="1" data-bbox="591 651 1644 935"> <thead> <tr> <th>Номер группы</th> <th>Число элементов</th> <th>Интенсивность отказа элемента, час<sup>-1</sup></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>10</td> <td><math>2 \cdot 10^{-6}</math></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>15</td> <td><math>4 \cdot 10^{-6}</math></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>32</td> <td><math>2,5 \cdot 10^{-6}</math></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>8</td> <td><math>5 \cdot 10^{-6}</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>Определить:<br/> <input type="checkbox"/> интенсивность отказа системы;</p> | Номер группы | Число элементов                                      | Интенсивность отказа элемента, час <sup>-1</sup> | 1 | 10 | $2 \cdot 10^{-6}$ | 2 | 15 | $4 \cdot 10^{-6}$ | 3 | 32 | $2,5 \cdot 10^{-6}$ | 4 | 8 | $5 \cdot 10^{-6}$ | ОПК-1 | ИД -5 опк-1 |
| Номер группы  | Число элементов    | Интенсивность отказа элемента, час <sup>-1</sup>  |              |  |  |   |    |                   |   |    |                   |   |    |                     |   |   |                   |       |             |
| 1             | 10                 | $2 \cdot 10^{-6}$   |              |  |  |   |    |                   |   |    |                   |   |    |                     |   |   |                   |       |             |
| 2             | 15                 | $4 \cdot 10^{-6}$   |              |  |  |   |    |                   |   |    |                   |   |    |                     |   |   |                   |       |             |
| 3             | 32                 | $2,5 \cdot 10^{-6}$   |              |  |  |   |    |                   |   |    |                   |   |    |                     |   |   |                   |       |             |
| 4             | 8                  | $5 \cdot 10^{-6}$   |              |  |  |   |    |                   |   |    |                   |   |    |                     |   |   |                   |       |             |
| 4.            | 0,4611;<br>807     | <p>Система состоит из пяти элементов с постоянными интенсивностями отказов. Вероятности безотказной работы элементов в течение <math>t</math> часов имеют следующие значения: <math>P_1(100) = 0,99</math>, <math>P_2(200) = 0,97</math>, <math>P_3(157) = 0,98</math>, <math>P_4(350) = 0,95</math>, <math>P_5(120) = 0,98</math>.</p> <p>Определить вероятность безотказной работы системы в течение 625 часов ее функционирования, а также среднее время безотказной работы.</p>   | ОПК-1        | ИД -5 опк-1  |  |   |    |                   |   |    |                   |   |    |                     |   |   |                   |       |             |

| Номер задания | Правильный ответ *     | Содержание вопроса  | Компетенция | Код и наименование индикатора достижения компетенции |
|---------------|------------------------|---|-------------|--|
| 5.            | 0,2119                 | <p>Время работы до отказа серийно выпускаемой детали распределено по нормальному закону с параметрами: <math>m = 1000</math> час, <math>\sigma = 250</math> час. Определить:</p> <p><input type="checkbox"/> вероятность того, что деталь проработает безотказно более 1200 часов;</p>  | ОПК-1       | ИД -5 <sub>ОПК-1</sub>                               |
| 6.            | 2718                   | <p>Комплектуемая деталь, используемая при изготовлении устройства, по данным поставщика имеет нормальное распределение времени до отказа с параметрами <math>m = 4000</math> час, <math>\sigma = 1000</math> час. Определить следующие показатели надежности детали:</p> <p><input type="checkbox"/> наработку до отказа, соответствующую 90 % надежности детали;</p>   | ОПК-1       | ИД -5 <sub>ОПК-1</sub>                               |
| 7.            | 0,96;<br>0,04;<br>1344 | <p>Техническая система представляет собой дублированную систему с постоянно включенным резервом. Вероятность безотказной работы основной и резервной подсистем в течение <math>t = 200</math> час равна 0,8. Найти вероятность безотказной работы и вероятность отказа системы в течение времени <math>t</math>. Найти среднее время безотказной работы системы при условии, что ее подсистемы имеют постоянную интенсивность отказа.</p> | ОПК-1       | ИД -5 <sub>ОПК-1</sub>                               |
| 8.            | 3                      | <p>Интенсивность отказа элементов системы <math>\lambda = 0,0025</math> час<sup>-1</sup>. Требуется определить кратность резервирования системы с постоянно включенным резервом, построенную из этих элементов, которая обеспечивает среднее время безотказной работы системы <math>T_{1c} = 800</math> час.</p>  | ОПК-1       | ИД -5 <sub>ОПК-1</sub>                               |

| Номер задания | Правильный ответ * | Содержание вопроса   | Компетенция | Код и наименование индикатора достижения компетенции |
|---------------|--------------------|--|-------------|--|
| 9.            | 2                  | Интенсивность отказа одного элемента $\lambda = 0,0035 \text{ час}^{-1}$ . Требуется определить кратность резервирования системы (резерв замещением), построенную из этих элементов, которая обеспечивает среднее время безотказной работы системы $T_{1c} = 800 \text{ час}$ .  | ОПК-1       | ИД -5 оПК-1  |
| 10.           | 0,9                | На стендовые испытания поставили 60 насосов. Испытания проводились в течение 2000 часов. В ходе испытаний отказало 6 насосов. Определить статистическую оценку вероятности безотказной работы изделий за время 2000 часов.   | ОПК-1       | ИД -5 оПК-1  |
| 11.           | 1905               | В ходе промышленных испытаний 60 буровых лебедок зафиксированы отказы в следующие периоды наработки $t_1 = 1210 \text{ ч}$ ; $t_2 = 480 \text{ ч}$ ; $t_3 = 900 \text{ ч}$ ; $t_4 = 700 \text{ ч}$ ; $t_5 = 1900 \text{ ч}$ ; $t_6 = 1100 \text{ ч}$ ; остальные буровые лебедки не отказали. Испытания проводились в течение 2000 часов. Найти статистическую оценку среднего значения наработки до первого отказа                      | ОПК-1       | ИД -5 оПК-1  |
| 12.           | 7,57               | Система состоит из 5 приборов, причем отказ любого одного из них ведет к отказу системы. Известно, что первый прибор отказал 34 раза в течение 952 час. работы, второй — 24 раза в течение 960 час. работы, а остальные приборы в течение 210 час. работы отказали 4, 6 и 5 раз соответственно. Требуется определить наработку на отказ системы в целом, если справедлив экспоненциальный закон надежности для каждого из пяти приборов. | ОПК-1       | ИД -5 оПК-1  |

| Номер задания | Правильный ответ * | Содержание вопроса   | Компетенция | Код и наименование индикатора достижения компетенции |
|---------------|--------------------|--|-------------|--|
| 13. 20        |                    | <p>За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 8 отказов. Время восстановления составило: <math>t_1=12</math> мин; <math>t_2=23</math> мин; <math>t_3=15</math> мин; <math>t_4=9</math> мин; <math>t_5=17</math> мин; <math>t_6=28</math> мин; <math>t_7=25</math> мин; <math>t_8=31</math> мин.</p> <p>Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры.</p> | ОПК-1       | ИД -5 <sub>ОПК-1</sub>                               |
| 14. 0,98      |                    | <p>Аппаратура имела среднюю наработку на отказ <math>t_{ср}=65</math> час и среднее время восстановления <math>t_{в}=1,25</math> час. Требуется определить коэффициент готовности.</p>   | ОПК-1       | ИД -5 <sub>ОПК-1</sub>                               |
| 15. 16        |                    | <p>В систему обслуживания поступает в среднем две заявки в час. Считая входной поток простейшим, определите среднее число заявок, поступающих в систему обслуживания за 8 часов.</p>   | ОПК-1       | ИД -5 <sub>ОПК-1</sub>                               |