

Энгельсский технологический институт (филиал)  
федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Естественные и математические науки»

**Оценочные материалы по дисциплине**

«Б.1.1.22 «Математическая логика и теория алгоритмов»

09.03.04 «Программная инженерия»

профиль

«Управление разработкой программных проектов»

## Перечень компетенций и уровни их сформированности по дисциплинам (модулям), практикам в процессе освоения ОПОП ВО

В процессе освоения образовательной программы у обучающегося в ходе изучения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» должна сформироваться компетенция ОПК-1

Критерии определения сформированности компетенции на различных уровнях ее формирования

Индекс компетенции	Содержание компетенции
ОПК-1.	Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Виды занятий для формирования компетенции	Оценочные средства для оценки уровня сформированности компетенции
<b>ИД -2</b> опк-1 Применяет методы математической логики и теории алгоритмов при решении задач в сфере информационно-коммуникационных технологий	лекции, практические занятия, самостоятельная работа	письменный опрос, решение задач, вопросы для проведения экзамена, тестовые задания

### Уровни освоения компетенции

Уровень освоения компетенции	Критерии оценивания
Продвинутый (отлично)	<b>Знает:</b> в дополнение к знаниям повышенного уровня, знает доказательства теорем <b>Умеет:</b> в дополнение к умениям повышенного уровня, умеет давать математическую постановку прикладных задач <b>Владеет:</b> в дополнение к навыкам повышенного уровня, владеет навыками решения прикладных задач средствами математической логики и теории алгоритмов
Повышенный (хорошо)	<b>Знает:</b> в дополнение к знаниям порогового уровня, знает формулировки теорем <b>Умеет:</b> в дополнение к умениям порогового уровня, умеет решать задачи, сочетая результаты из разных разделов математической логики и теории алгоритмов <b>Владеет:</b> в дополнение к навыкам порогового уровня, владеет навыками решать задачи, сочетая результаты из разных разделов математической логики и теории алгоритмов
Пороговый (базовый) (удовлетворительно)	<b>Знает:</b> теорию множеств, соответствия и бинарные отношения, логические функции, теорию графов. <b>Умеет:</b> выполнять операции над множествами, преобразовывать логические формулы, решать алгоритмические задачи на сетях и графах. <b>Владеет:</b> навыками построения нормальных форм логических функций, навыками решения задач о кратчайших путях и обходах на взвешенных графах

## **2. Методические, оценочные материалы и средства, определяющие процедуры оценивания сформированности компетенций (элементов компетенций) в процессе освоения ОПОП ВО**

### **2.1 Оценочные средства для текущего контроля**

#### **Вопросы для письменного опроса**

##### **Тема 1. Исчисление высказываний**

1. Высказывания и операции над ними.
2. Формулы логики высказываний.
3. равносильность и тождественная истинность в логике высказываний
4. Основные законы логики высказываний.
5. Логическое следствие и выполнимость в логике высказываний.
6. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы.
7. Алгоритмы приведения к ДНФ и КНФ.
8. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Алгоритм приведения к СДНФ.
9. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Алгоритм приведения к СКНФ
10. Логика высказываний и контактные схемы

##### **Тема 2. Исчисление предикатов**

1. Предикаты и операции над ними.
2. Формулы логики предикатов, интерпретация.
3. равносильность и тождественная истинность в логике предикатов. Основные законы логики предикатов.
4. Логическое следствие и выполнимость в логике предикатов.
5. Операции с кванторами
6. Сколемовская нормальная форма. Алгоритм приведения к СНФ.
7. Невыразимость в логике предикатов.
8. Аксиомы и правила вывода для логики предикатов.

##### **Тема 3. Формальные аксиоматические теории.**

1. Теорема о дедукции.
2. Теорема об оправданности аксиоматизации.
3. Теорема о непротиворечивости.
4. Теоремы о полноте и о компактности.
5. Независимость схем аксиом в исчислении высказываний.
6. Метод резолюций в логике высказываний.
7. Подстановка и унификация.
8. Метод резолюций в логике предикатов.
9. Семантические деревья, теорема Эрбрана.

10. Полнота метода резолюций в логике предикатов.
11. Метод резолюций и логическое программирование.
12. Стратегии в методе резолюций.
13. Основные замкнутые классы булевых функций.

#### Тема 4. Основы теории алгоритмов

1. Теорема Поста, предполные классы булевых функций
2. Классы сохранения отношений.
3. Понятие машины Тьюринга, примеры.
4. Алгоритмически неразрешимые проблемы.
5. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества.
6. Рекурсивные функции и алгоритмы Маркова.
7. Задачи и языки, варианты кодировки.
8. Временная сложность детерминированных машин Тьюринга.
9. Полиномиальная сводимость задач.
10. Понятие  $NP$ -полноты.  $NP$ -полнота задачи «выполнимость».

#### Задания для письменного опроса

##### Тема 1. Исчисление высказываний

1. Логические функции  $f(x, y)$ ,  $g(x, y)$  заданы столбцами значений  $f = [1 \ 1 \ 0 \ 1]^T$ ,  $g = [1 \ 0 \ 1 \ 0]^T$ . Для функции  $f \ \& \ (\neg g) = [..]^T$  последовательность значений имеет вид...

*Правильные варианты ответа: 0101;*

2.

*Для логической функции со столбцом значений  $f(x, y) = [1000]^T$  СДНФ имеет вид...*

- $\neg x \neg y$
- $\neg xy$
- $x \neg y$
- $xy$

3.

*Для логической функции со столбцом значений  $f(x, y) = [1101]^T$  СКНФ имеет вид...*

- $\neg x \vee y$
- $\neg x \vee \neg y$
- $x \vee y$
- $x \vee \neg y$

##### Тема 2. Исчисление предикатов

1. Выразите множество истинности следующего предиката через множества истинности входящих в него элементарных предикатов  $P(x)$ ,  $Q(x)$ ,  $R(x)$  ( $x \in M$ ).

$$((\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \& R(x)) \vee (\neg R(x) \& \neg P(x)).$$

2. Имеется универсальное множество, содержащее 9 элементов. Подмножества А,В,С этого множества содержат 2,7,4 элементов соответственно. Тогда мощность множества  $(\neg A) \times (\neg B) \times (\neg C)$  равна...

3. Из предиката  $P(x, y)$ , заданного для  $(x, y) \in R^2$ , постройте с помощью кванторов всевозможные высказывания и определите, какие из них истинные, а какие ложные.

$$P(x, y): |x - y| \geq ||x| - |y||.$$

### Тема 3. Формальные аксиоматические теории.

1. Укажите, какие из следующих формул являются аксиомами

а)  $(F \rightarrow ((F \rightarrow F) \rightarrow F)) \rightarrow ((F \rightarrow (F \rightarrow F)) \rightarrow (F \rightarrow F));$

б)  $F \rightarrow ((\neg F \rightarrow G) \rightarrow F);$

в)  $(G \rightarrow H) \rightarrow (F \rightarrow (G \rightarrow H));$

г)  $(\neg F \rightarrow G) \rightarrow (\neg G \rightarrow \neg \neg F);$

2. Выясните, является ли данная последовательность формул выводом из аксиом

(1)  $G \rightarrow (F \rightarrow G),$

(2)  $(G \rightarrow (F \rightarrow G)) \rightarrow (G \rightarrow (G \rightarrow (F \rightarrow G))),$

(3)  $G \rightarrow (G \rightarrow (F \rightarrow G)).$

3. Выясните, является ли данная последовательность формул выводом из гипотез

(1)  $G \rightarrow H;$

(2)  $G;$

(3)  $H;$

(4)  $H \rightarrow (F \rightarrow H);$

(5)  $F \rightarrow H.$

### Тема 4. Основы теории алгоритмов

1. Докажите, что функция  $\varphi(x) = n$  является примитивно рекурсивной

2. На алфавите  $A = \{a, b, c, d\}$  примените марковскую подстановку  $ab \rightarrow dc$  к слову  $ababab$

3. На алфавите  $A = \{1\}$  сконструируйте нормальный алгоритм для вычисления функции  $f(x) = x + 1$ .

## 2.2 Оценочные средства для промежуточного контроля

### Вопросы для экзамена (семестр 3)

1. Высказывания и операции над ними. Формулы логики высказываний.
2. Равносильность и тождественная истинность в логике высказываний. Основные законы логики высказываний.
3. Логическое следствие и выполнимость в логике высказываний.
4. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Алгоритмы приведения к ДНФ и КНФ.
5. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Алгоритм приведения к СДНФ.
6. Логика высказываний и контактные схемы.
7. Предикаты и операции над ними.
8. Формулы логики предикатов, интерпретация.
9. Равносильность и тождественная истинность в логике предикатов. Основные законы логики предикатов.
10. Логическое следствие и выполнимость в логике предикатов.
11. Сколемовская нормальная форма. Алгоритм приведения к СНФ.

12. Невыразимость в логике предикатов.
13. Аксиомы и правила вывода для логики предикатов.
14. Теорема о дедукции.
15. Теорема об оправданности аксиоматизации.
16. Теорема о непротиворечивости.
17. Теоремы о полноте и о компактности.
18. Независимость схем аксиом в исчислении высказываний.
19. Метод резолюций в логике высказываний.
20. Подстановка и унификация.
21. Метод резолюций в логике предикатов.
22. Семантические деревья, теорема Эрбрана.
23. Полнота метода резолюций в логике предикатов.
24. Метод резолюций и логическое программирование.
25. Стратегии в методе резолюций.
26. Основные замкнутые классы булевых функций.
27. Теорема Поста, предполные классы булевых функций.
28. Классы сохранения отношений.
29. Понятие машины Тьюринга, примеры.
30. Алгоритмически неразрешимые проблемы.
31. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества.
32. Рекурсивные функции и алгоритмы Маркова.
33. Задачи и языки, варианты кодировки.
34. Временная сложность детерминированных машин Тьюринга.
35. Полиномиальная сводимость задач.
36. Понятие  $NP$ -полноты.  $NP$ -полнота задачи «выполнимость».

### Экзаменационные билеты.

Билет 1.

1. Понятие высказывания в математической логике. Операции над высказываниями
2. Семантические деревья, теорема Эрбрана
3. Докажите, что функция  $\varphi(x) = n$  является примитивно рекурсивной

Билет 2.

1. Пропозициональные переменные. Формулы алгебры высказываний
2. Полнота метода резолюций в логике предикатов
3. Выясните, является ли данная последовательность формул выводом из аксиом

- (1)  $G \rightarrow (F \rightarrow G)$ ,
- (2)  $(G \rightarrow (F \rightarrow G)) \rightarrow (G \rightarrow (G \rightarrow (F \rightarrow G)))$ ,
- (3)  $G \rightarrow (G \rightarrow (F \rightarrow G))$ .

Билет 3.

Формулы алгебры высказываний. Конкретизация формулы логики высказываний Логическое значение составного высказывания

2. Метод резолюций и логическое программирование
3. Имеется универсальное множество, содержащее 9 элементов. Подмножества  $A, B, C$  этого множества содержат 2, 7, 4 элементов соответственно. Тогда мощность множества  $(\neg A) \times (\neg B) \times (\neg C)$  равна...

Билет 4.

1. Выполнимая формула алгебры высказываний. Тавтология
2. Стратегии в методе резолюций

3. Из предиката  $P(x, y)$ , заданного для  $(x, y) \in R^2$ , постройте с помощью кванторов всевозможные высказывания и определите, какие из них истинные, а какие ложные.

$$P(x, y): |x - y| \geq ||x| - |y||.$$

Билет 5.

1. Опровержимая формула алгебры высказываний. Противоречие
2. Теорема Поста, предполные классы булевых функций
3. Докажите, что функция  $\varphi(x) = n$  является примитивно рекурсивной

Билет 6.

1. Тавтология. Основные правила получения тавтологий в алгебре высказываний
2. Классы сохранения отношений
3. На алфавите  $A = \{1\}$  сконструируйте нормальный алгоритм для вычисления функции  $f(x) = x + 1$ .

Билет 7.

1. Правило заключения (modus ponens) в алгебре высказываний
2. Понятие машины Тьюринга, примеры
2. На алфавите  $A = \{a, b, c, d\}$  примените марковскую подстановку  $ab \rightarrow dc$  к слову  $ababab$

Билет 8.

1. Правило подстановки в алгебре высказываний
2. Алгоритмически неразрешимые проблемы
3. Выразите множество истинности следующего предиката через множества истинности входящих в него элементарных предикатов  $P(x), Q(x), R(x)$  ( $x \in M$ ).

$$((\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \& R(x)) \vee (\neg R(x) \& \neg P(x)).$$

Билет 9.

1. Равносильные (эквивалентные) формулы алгебры высказываний. Теорема о замене равносильных формул алгебры высказываний
2. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества
3. Выясните, является ли данная последовательность формул выводом из аксиом

- (1)  $G \rightarrow (F \rightarrow G)$ ,
- (2)  $(G \rightarrow (F \rightarrow G)) \rightarrow (G \rightarrow (G \rightarrow (F \rightarrow G)))$ ,
- (3)  $G \rightarrow (G \rightarrow (F \rightarrow G))$ .

Билет 10.

1. Признак равносильности формул алгебры высказываний
2. Рекурсивные функции и алгоритмы Маркова
3. Выясните, является ли данная последовательность формул выводом из гипотез

- (1)  $G \rightarrow H$ ;
- (2)  $G$ ;
- (3)  $H$ ;
- (4)  $H \rightarrow (F \rightarrow H)$ ;
- (5)  $F \rightarrow H$ .

Билет 11.

1. Логическое следствие в алгебре высказываний. Посылки для логического следствия
  2. Задачи и языки, варианты кодировки
- Доказать в исчислении высказываний (буквы обозначают произвольные формулы):

$$(\neg X \vee (Y \vee \neg Z)) \vdash (\neg(Z \rightarrow \neg X) \rightarrow \neg(Y \rightarrow \neg X))$$

Билет 12.

1. Признак логического следствия в алгебре высказываний
2. Временная сложность детерминированных машин Тьюринга
3. Построить таблицы истинности для следующих схем: 1)  $(X \rightarrow Y) \vee (X \rightarrow Y \wedge X)$ ; 2)  $X \wedge (Y \rightarrow X) \rightarrow \neg X$ ;

Билет 13.

1. Нахождение следствий из данных посылок в алгебре высказываний
2. Полиномиальная сводимость задач
3. Доказать, что следующие высказывательные схемы не являются тавтологиями:  
1)  $((X \rightarrow Y \wedge Z) \rightarrow (\neg Y \rightarrow \neg X)) \rightarrow \neg Y$ ;    2)  $X \vee Y \vee Z \rightarrow (X \vee Y) \wedge (X \vee Y)$ ;

Билет 14.

1. Нахождение посылок для данного следствия в алгебре высказываний
2. Понятие *NP*-полноты. *NP*-полнота задачи «выполнимость»
3. С помощью равносильных преобразований доказать, что высказывательная схема является противоречием: 1)  $(X \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow X) \wedge (X \wedge \neg Y \vee \neg X \wedge Y)$ ;

Билет 15

1. Равносильность предикатов. Следование предикатов
2. Классы сохранения отношений
3. Изобразить геометрическое место точек координатной плоскости  $Oxy$ , для которых: 1)  $x \geq 0$ ;

Билет 16.

1. Понятие предиката. Множество истинности предиката. Классификация предикатов, определенных на данном множестве
2. Теорема Поста, предполные классы булевых функций
3. Найти какое-нибудь предложение с одной свободной числовой переменной, которое выполняется для всех значений переменной, кроме 3, 5, 17.

Билет 17.

1. Логические операции над предикатами
2. Понятие машины Тьюринга, примеры
3. С помощью теоремы Поста доказать, что следующие множества логических операций, где  $\sigma 1(X, Y, Z) = X + Y + Z$ , не являются полными: 1)  $\{0, \wedge, \sigma 1\}$ ; 2)  $\{1, \wedge, \sigma 1\}$

Билет 18.

1. Кванторные операции над предикатами
2. Алгоритмически неразрешимые проблемы
3. Доказать, что трехместная логическая операция, задаваемая многочленом  $X \wedge Y + X \wedge Z + Y \wedge Z$ , является самодвойственной

**Оценивание результатов обучения** в форме уровня сформированности элементов компетенций проводится путем контроля во время промежуточной аттестации в форме экзамена:

а) оценка «отлично» – часть компетенции сформирована полностью на продвинутом уровне;

б) оценка «хорошо» – часть компетенции сформирована на повышенном уровне;



в) оценка «удовлетворительно» часть компетенции сформирована сформированы на пороговом уровне;

г) оценка «неудовлетворительно» - часть компетенции сформирована не сформированы.

Критерии, на основе которых выставляются оценки при проведении текущего контроля и промежуточной аттестации приведены в табл. 1.

Оценка «неудовлетворительно» ставятся также в случаях, если обучающийся не приступал к выполнению задания, а также при обнаружении следующих нарушений:

- списывание;
- плагиат;
- фальсификация данных и результатов работы.

Таблица 1 – Критерии выставления оценок при проведении текущего контроля и промежуточной аттестации

Шкала оценки	Оценка	Критерий выставления оценки
Четырехбалльная шкала	отлично	Обучающийся ответил на все теоретические вопросы. Показал знания в рамках учебного материала, в том числе и по заданиям СРС. Выполнил практические задания. Показал высокий уровень умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в расширенных рамках учебного материала.
	хорошо	Обучающийся ответил на большую часть теоретических вопросов. Показал знания в узких рамках учебного материала. Выполнил практические задания с допустимой погрешностью. Показал хороший уровень умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала.
	удовлетворительно	Обучающиеся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал низкий уровень знаний и умений в рамках учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы были допущены неправильные ответы
	неудовлетворительно	Обучающиеся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал крайне низкий уровень знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов

## 2.3. Итоговая диагностическая работа по дисциплине

### ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Математическая логика и теория алгоритмов»

Компетенции<sup>1</sup>:

Номер задания	Правильный ответ *	Содержание вопроса	Компетенция	Код и наименование индикатора достижения компетенции
1.	0101	Логические функции $f(x, y), g(x, y)$ заданы столбцами значений $f = [1 \ 1 \ 0 \ 1]^T$ , $g = [1 \ 0 \ 1 \ 0]^T$ . Для функции $f \& (\neg g) = [\dots]^T$ последовательность значений имеет вид...	<b>ОПК-1</b>	<b>ИД -2</b> оПК-1 Применяет методы математической логики и теории алгоритмов при решении задач в сфере информационно-коммуникационных технологий
2.	1) $\neg x \neg y$	Для логической функции со столбцом значений $f(x, y) = [1000]^T$ СДНФ имеет вид... 1) $\neg x \neg y$ 2) $\neg xy$ 3) $x \neg y$ 4) $xy$	<b>ОПК-1</b>	<b>ИД -2</b> оПК-1
3.	1) $x \vee y$	Для логической функции со столбцом значений $f(x, y) = [0111]^T$ СКНФ имеет вид... 1) $x \vee y$ 2) $x \vee \neg y$ 3) $\neg x \vee y$ 4) $\neg x \vee \neg y$		

<sup>1</sup> Перечислить все компетенции, формируемые учебной дисциплиной

Номер задания	Правильный ответ *	Содержание вопроса	Компетенция	Код и наименование индикатора достижения компетенции
4.	56	Имеется универсальное множество, содержащее 10 элементов. Подмножества А,В,С этого множества содержат 2,7,4 элементов соответственно. Тогда мощность множества $A \times B \times C$ равна...	ОПК-1	ИД -2 опк-1
5.	пустое	Множество, не содержащее ни одного элемента - это ... множество	ОПК-1	ИД -2 опк-1
6.	пересечение	Множество тех элементов, которые содержатся во всех данных множествах - это ... множеств	ОПК-1	ИД -2 опк-1
7.	объединение	Множество тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из данных множеств - это ... множеств	ОПК-1	ИД -2 опк-1
8.	универсальное	Множество, содержащее в качестве элементов все рассматриваемые элементы - это ... множество	ОПК-1	ИД -2 опк-1
9.	разность	Множество всех тех элементов множества А, которые не входят в множество В - это ... множеств А и В	ОПК-1	ИД -2 опк-1
10.	дополнение	Разность универсального и данного множеств - это ... к данному множеству	ОПК-1	ИД -2 опк-1
11.	функция	Соответствие между двумя множествами, при котором каждому прообразу соответствует единственный образ - это ...	ОПК-1	ИД -2 опк-1
12.	подмножество;	Если каждый элемент множества А принадлежит множеству В, то А - это ... множества В	ОПК-1	ИД -2 опк-1

Номер задания	Правильный ответ *	Содержание вопроса	Компетенция	Код и наименование индикатора достижения компетенции
13.	1) символов логических операций 2) предметных переменных 3) вспомогательных символов 4) функциональных и предикатных символов 5) некоторых констант	Алфавит языка логики первого порядка (УИП) состоит из 1) символов логических операций 2) предметных переменных 3) вспомогательных символов 4) функциональных и предикатных символов 5) некоторых констант 6) теорем и правил	<b>ОПК-1</b>	<b>ИД -2</b> оПК-1
14.	Дискретность, понятность, массовость, конечность, детерминированность	Каким свойствам должен удовлетворять любой алгоритм?	<b>ОПК-1</b>	<b>ИД -2</b> оПК-1
15.	оператор сдвига, оператор аннулирования, оператор проектирования	Перечислите простейшие примитивно рекурсивные функции.	ОПК-1	<b>ИД -2</b> оПК-1