Энгельсский технологический институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Естественные и математические науки»

Оценочные материалы по дисциплине
Б.1.1.24 «Методы вычислительной математики»

направления подготовки
09.03.04 «Программная инженерия»
Профиль «Управление разработкой программных проектов»

Энгельс 2024

Перечень компетенций и уровни их сформированности по дисциплинам (модулям), практикам в процессе освоения ОПОП ВО

В процессе освоения образовательной программы у обучающегося в ходе изучения дисциплины «Методы вычислительной математики» должны сформироваться компетенции: ОПК-1

Критерии определения сформированности компетенций на различных уровнях их формирования

Индекс компетенции	Содержание компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Виды занятий для формирования компетенции	Оценочные средства для оценки уровня сформированности компетенции
ИД - 3 **$_{ОПК-1}$** Знает численные методы решения математических задач, не допускающих аналитических решений, или требующих проведения вычислительных экспериментов; понимает и умеет применять критерии выбора численных методов при математическом моделировании задач, поставляемых практикой профессиональной деятельности	Лекции, практические занятия, самостоятельная работа	Письменный опрос, решение задач, вопросы для проведения экзамена, тестовые задания

Уровни освоения компетенции

Уровень освоения компетенции	Критерии оценивания
Продвинутый (отлично)	<u>Знает:</u> в полной мере численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений; методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений; методы приближения функций и их производных, численное дифференцирование и интегрирование функций. <u>Умеет:</u> использовать основные понятия и методы вычислительной математики; практически решать типичные задачи вычислительной математики, требующие выполнения небольшого объема вычислений; решать достаточно сложные в вычислительном отношении задачи, требующие программирования их численной реализации на ЭВМ; разрабатывать (выборочно) программную реализацию распространенных методов вычислительной математики; оценивать погрешность используемого метода и производимых вычислений; применять стандартные математические пакеты программ для решения поставленной задачи методами объектно-ориентированного программирования. **Владеть:** на продвинутом уровне навыками в постановке,

	реализации задач вычислительной математики и описания конечно-разностных схем для решения задач вычислительной математики, в том числе с применением офисных технологий и математических «on-line» -сервисов.
Повышенный (хорошо)	<u>Знает:</u> численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений; методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений; методы приближения функций и их производных, численное дифференцирование и интегрирование функций, но допускает неточности при ответах на вопросы <u>Умеет:</u> использовать основные понятия и методы вычислительной математики; практически решать типичные задачи вычислительной математики, требующие выполнения небольшого объема вычислений; решать задачи средней сложности, требующие программирования их численной реализации на ЭВМ; разрабатывать (выборочно) программную реализацию распространенных методов вычислительной математики; оценивать погрешность используемого метода и производимых вычислений; применять стандартные математические пакеты программ для решения поставленной задачи методами объектно-ориентированного программирования. **Владеть:** на хорошем уровне навыками в постановке, реализации задач вычислительной математики и описания конечно-разностных схем для решения задач вычислительной математики, в том числе с применением офисных технологий и математических «on-line» - сервисов.
Пороговый (базовый) (удовлетворительно)	<u>Знает:</u> частично численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений; методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений; методы приближения функций и их производных, численное дифференцирование и интегрирование функций. <u>Умеет:</u> частично использовать основные понятия и методы вычислительной математики; практически решать типичные задачи вычислительной математики, требующие выполнения небольшого объема вычислений; решать простые в вычислительном отношении задачи, требующие программирования их численной реализации на ЭВМ; разрабатывать (выборочно) программную реализацию распространенных методов вычислительной математики; на базовом уровне применять стандартные математические пакеты программ для решения поставленной задачи методами объектно-ориентированного программирования. **Владеть: на базовом уровне** навыками в постановке, реализации задач вычислительной математики и описания конечно-разностных схем для решения задач вычислительной математики, в том числе с применением офисных технологий

2. Методические, оценочные материалы и средства, определяющие процедуры оценивания сформированности компетенций (элементов компетенций) в процессе освоения ОПОП ВО

2.1 Оценочные средства для текущего контроля

Вопросы для письменного опроса

Тема 1. Теория и методы приближения функций.

1. 1.Может ли метод Лагранжа применяться для экстраполяции?
2. 2.Можно ли располагать узлы интерполяции произвольно при использовании метода Лагранжа?
3. 3.Можно ли добавлять новые узлы интерполяции при использовании метода Лагранжа?
4. 4.Сформулируйте постановку задачи приближения функции по методу лагранжевой интерполяции.
5. 5.Сформулируйте условие единственности решения задачи интерполяции.
6. В каких случаях приближение функции методами интерполяции дает более достоверный результат по сравнению с методом наименьших квадратов?
7. Играет ли существенную роль при аппроксимации выбор шага для построения таблицы экспериментальных значений?
8. Можно ли применить описанный метод для аппроксимации периодических или почти периодических функций?
9. Какая величина характеризует отклонение приближающей функции от экспериментальных точек в методе наименьших квадратов?
10. Может ли при увеличении порядка аппроксимирующего многочлена увеличиваться суммарная квадратичная ошибка?

Тема 2. Численные методы решения алгебраических и трансцендентных уравнений.

1. В каких случаях приближение функции методами интерполяции дает более достоверный результат по сравнению с методом наименьших квадратов?
2. Играет ли существенную роль при аппроксимации выбор шага для построения таблицы экспериментальных значений?
3. Можно ли применить описанный метод для аппроксимации периодических или почти периодических функций?
4. Какая величина характеризует отклонение приближающей функции от экспериментальных точек в методе наименьших квадратов?
5. Может ли при увеличении порядка аппроксимирующего многочлена увеличиваться суммарная квадратичная ошибка?

Тема 3. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений – СЛАУ.

1. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Основные понятия.
2. Эквивалентные (равносильные) системы уравнений.
3. Определенные и неопределенные, совместные и несовместные СЛАУ.

4. Представление СЛАУ в матричной форме. Матричный способ решения СЛАУ.
5. Правило Крамера для решения СЛАУ.
6. Метод Гаусса для решения СЛАУ.
7. Базисные и свободные неизвестные (переменные). Общее и частное решения СЛАУ.
8. Исследование СЛАУ на совместность. Теорема Кронекера – Капелли

Тема 4. Численные методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений – СНАУ.

1. Как проводится отделение корней при решении систем нелинейных уравнений?
2. Почему после одного шага по методу Ньютона-Рафсона мы не попадаем в решение, хотя рассчитывали из условия попадания в решение?
3. От чего зависит скорость сходимости метода Ньютона-Рафсона?
4. Можно ли обеспечить сходимость метода итераций при решении систем нелинейных уравнений?
5. Каким образом можно повысить точность решения системы нелинейных уравнений?
6. Оказывает ли влияние на результат решения выбор начального приближения в методе итераций?
7. В чем основное отличие точных и приближенных методов решения систем линейных уравнений?
8. В каких случаях предпочтительны итерационные методы решения систем линейных уравнений?
9. Можно ли получить решение системы высокой размерности с погрешностью не хуже заданной?
10. Как влияет вычислительная ошибка на точность решения системы линейных уравнений методом итераций?

Тема 5. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

1. Почему методы Рунге-Кутта относятся к одношаговым методам?
2. В чем трудности практического применения метода разложения в ряд Тейлора?
3. В чем заключается геометрический смысл приближенного решения дифференциального уравнения методом Эйлера?
4. В чем заключается геометрический смысл приближенного решения дифференциального уравнения методом Эйлера-Коши?
5. В чем заключается геометрический смысл приближенного решения дифференциального уравнения модифицированным методом Эйлера?
6. Каким путем устанавливаются ошибки ограничения методов Рунге-Кутта?
7. Как из общей формулы ограничения методов Рунге-Кутта второго порядка получить алгоритмы методов Эйлера-Коши и модифицированного метода Эйлера?
8. Каким путем можно достичь требуемой точности вычислений, используя методы Рунге-Кутта?

Тема 6. Численное интегрирование

1. Сформулируйте задачу численного интегрирования.
2. Задача численного интегрирования решена методом трапеций. Предложите и обоснуйте пути повышения точности (погрешности) расчетов.
3. Сравните методы трапеций, Симпсона и Ромберга.
4. Методы средних, левых и правых прямоугольников. Что можно сказать об их погрешности, трудоемкости?

Практические задания для текущего контроля

Тема 1. Теория и методы приближения функций.

1. Найти приближенное значение функции при заданном значении аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа.

x	0.43	0.48	0.55	0.62	0.70	0.75
y	1.63597	1.73234	1.87686	2.03345	2.22846	2.35973

№ варианта	x
1	0.702
7	0.512
13	0.645

x	0.02	0.08	0.12	0.17	0.23	0.30
y	1.02316	1.09590	1.14725	1.21483	1.30120	1.40976

№ варианта	x
2	0.102
8	0.114
14	0.125

x	0.35	0.41	0.47	0.51	0.56	0.64
y	2.73951	2.30080	1.96864	1.78776	1.59502	1.34310

№ варианта	x
3	0.526
9	0.453
15	0.482

x	0.41	0.46	0.52	0.60	0.65	0.72
y	2.57418	2.32513	2.09336	1.86203	1.74926	1.62098

№ варианта	x
4	0.616
10	0.478
16	0.665

x	0.68	0.73	0.80	0.88	0.93	0.99
y	0.80866	0.89492	1.02964	1.20966	1.34087	1.52368

№ варианта	x
5	0.896
11	0.812
17	0.774

x	0.11	0.15	0.21	0.29	0.35	0.40
y	9.05421	6.61659	4.69170	3.35106	2.73951	2.36522

№ варианта	x
6	0.314
12	0.235
18	0.332

2. Найти значение функции в точке, предложенной в пункте 1, по схеме Эйткена с заданной точностью E=10^{-3}-10^{-5}, зафиксировав степень достаточного полинома.

3. Вычислить элементы матрицы Вандермонда для полинома пункта 2.

1. Сформировать таблицу экспериментальных данных. Построить диаграмму функции $y = f(x)$, полученную в результате «эксперимента». В отчете отобразить блок-схему получения «экспериментальных» значений.

2. Найти наилучшую линейную аппроксимацию:

$$y = a_0 + a_1 x$$

для табулированной функции $y = f(x)$, составив и решив систему уравнений для коэффициентов a_0 и a_1. Найти суммарную ошибку $S_{прям}$ и коэффициент корреляции R. Составить блок-схему вычислительного процесса.

3. Найти наилучшую параболическую аппроксимацию

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

для табулированной функции $y = f(x)$, составив и решив систему уравнений для коэффициентов a_0, a_1 и a_2. Найти суммарную ошибку $S_{парабола}$. Составить блок – схему вычислительного процесса.

4. Построить диаграммы полученных аппроксимаций на основе новых таблиц теоретических данных в том же диапазоне *x*, но с более мелким шагом (количество точек выбрать не менее 300, чтобы точки на диаграмме слились в линию и параболу), и сравнить суммарные ошибки. Составить блок-схему вычислительного процесса.

Тема 2. Численные методы решения алгебраических и трансцендентных уравнений.

Отделить корни уравнения графически (используя мастер диаграмм среды Excel 2000) и уточнить один из них методом итераций (используя среду VBA для Excel 2000 или более поздней версии) с точностью до 0,001.

Вариант №1	$\ln x + (x+1)^3 = 0$
Вариант №2	$x \cdot 2^x = 1$
Вариант №3	$\sqrt{x+1} = \frac{1}{x}$
Вариант №4	$x - \cos x = 0$
Вариант №5	$3x + \cos x + 1 = 0$

Вариант №6 $x+\ln x=0{,}5$

Вариант №7 $2-x=\ln x$

Вариант №8 $(x-1)^2=\frac{1}{2}e^x$

Вариант №9 $(2-x)e^x=0{,}5$

Вариант №10 $2{,}2x-2^x=0$

Вариант №11 $x^2+4\sin x=0$

Вариант №12 $2x-\lg x=0$

Вариант №13 $5x-8\ln x=8$

Вариант №14 $3x-e^x=0$

Вариант №15 $x(x+1)^2=1$

Тема 3. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений – СЛАУ.

Методом Зейделя решить с точностью 0,001 систему линейных уравнений, приведя ее к виду, удобному для итераций. Программу реализовать в среде VBA.

Вариант №1

$$2{,}7x_1+3{,}3x_2+1{,}3x_3=2{,}1$$
$$3{,}5x_1-1{,}7x_2+2{,}8x_3=1{,}7$$
$$4{,}1x_1+5{,}8x_2-1{,}7x_3=0{,}8$$

Вариант №2

$$1{,}7x_1+2{,}8x_2+1{,}9x_3=0{,}7$$
$$2{,}1x_1+3{,}4x_2+1{,}8x_3=1{,}1$$
$$4{,}2x_1-1{,}7x_2+1{,}3x_3=2{,}8$$

Вариант №3

$$3{,}1x_1+2{,}8x_2+1{,}9x_3=0{,}2$$
$$1{,}9x_1+3{,}1x_2+2{,}1x_3=2{,}1$$
$$7{,}5x_1+3{,}8x_2+4{,}8x_3=3{,}6$$

Вариант №4

$$9{,}1x_1+5{,}6x_2+7{,}8x_3=9{,}8$$
$$3{,}8x_1+5{,}1x_2+2{,}8x_3=6{,}7$$
$$4{,}1x_1+5{,}7x_2+1{,}2x_3=5{,}8$$

Вариант №5

$$3{,}3x_1+2{,}1x_2+2{,}8x_3=0{,}8$$
$$4{,}1x_1+3{,}7x_2+4{,}8x_3=5{,}7$$
$$2{,}7x_1+1{,}8x_2+1{,}1x_3=3{,}2$$

Вариант №6

$$7{,}6x_1+5{,}8x_2+4{,}7x_3=10{,}1$$
$$3{,}8x_1+4{,}1x_2+2{,}7x_3=9{,}7$$
$$2{,}9x_1+2{,}1x_2+3{,}8x_3=7{,}8$$

Вариант №7

$$3{,}2x_1-2{,}5x_2+3{,}7x_3=6{,}5$$
$$0{,}5x_1+0{,}34x_2+1{,}7x_3=-0{,}24$$
$$1{,}6x_1+2{,}3x_2-1{,}5x_3=4{,}3$$

Вариант №8

$$5{,}4x_1-2{,}3x_2+3{,}4x_3=-3{,}5$$
$$4{,}2x_1+1{,}7x_2+2{,}1x_3=2{,}1$$
$$7{,}5x_1+3{,}8x_2+4{,}8x_3=3{,}6$$

Вариант №9

$$3{,}6x_1+1{,}8x_2-4{,}7x_3=3{,}8$$
$$2{,}7x_1-3{,}6x_2+1{,}9x_3=0{,}4$$
$$1{,}5x_1+4{,}5x_2+3{,}3x_3=-1{,}6$$

Вариант №10

$$5{,}6x_1+2{,}7x_2-1{,}7x_3=1{,}9$$
$$3{,}4x_1-3{,}6x_2-6{,}7x_3=-2{,}4$$
$$0{,}8x_1+1{,}3x_2+3{,}7x_3=1{,}2$$

Вариант №11

$$2{,}7x_1 + 0{,}9x_2 - 1{,}5x_3 = 3{,}5$$
$$4{,}5x_1 - 2{,}8x_2 + 6{,}7x_3 = 2{,}6$$
$$5{,}1x_1 + 3{,}7x_2 - 1{,}4x_3 = -0{,}14$$

Вариант 1

1.1 $\begin{cases} 2x - y - 2z = -1 \\ 2y + z = 3 \\ -2x - 2y + 2z = -2 \end{cases}$ 1.2 $\begin{cases} 2x + y - 3z = 7 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 3x + 2y + z = 6 \end{cases}$

1.3 $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 11 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 3x_1 - 4x_2 + 8x_3 + x_4 = 15 \end{cases}$ 1.4 $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x - 4y = 0 \end{cases}$ 1.5 $\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0 \\ ax + 2y - z = 0 \\ 8x - y + az = 0 \end{cases}$

Вариант 2

2.1 $\begin{cases} 3x + y - 3z = 8 \\ 3y - z = 7 \\ 3x - y - 3z = 4 \end{cases}$ 2.2 $\begin{cases} 4x + y + 4z = -3 \\ x + y + 2z = -4 \\ 2x - y + 2z = 3 \end{cases}$

2.3 $\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 6 \\ 2x - y + 3z = -4 \\ x + 3y - 2z = 5 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{cases}$ 2.4 $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 4x + 2y = 0 \end{cases}$ 2.5 $\begin{cases} 2x - 3y + az = 0 \\ 5x - 6y + 4z = 0 \\ ax - 3y + z = 0 \end{cases}$

Вариант 3

3.1 $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 4 \\ 4x + 9y + 16z = 6 \\ 8x + 27y + 64z = -2 \end{cases}$ 3.2 $\begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ x + 2y + 4z = 6 \\ 5x + y + 2z = 3 \end{cases}$

3.3 $\begin{cases} 3x-2y+4z+5t=5 \\ x-y-z+t \quad =0 \\ 2x-2y+3z-3t=1 \\ 4x+2y-6z-t=0 \end{cases}$ 3.4 $\begin{cases} 3x-y=0 \\ 2y-6x=0 \end{cases}$ 3.5 $\begin{cases} ax+2y-5z=0 \\ 2x-4y+az=0 \\ 3x-2y-4z=0 \end{cases}$

Вариант 4

4.1 $\begin{cases} x-y+z=1 \\ x+y-z=3 \\ x-y-z=1 \end{cases}$ 4.2 $\begin{cases} 2x-y+3z=-4 \\ x+3y-z=11 \\ x-2y+2z=-7 \end{cases}$

4.3 $\begin{cases} 3x_1-x_2+2x_3+4x_4=0 \\ 2x_1+5x_2-2x_3+4x_4=0 \\ 4x_1-7x_2+6x_3+4x_4=0 \end{cases}$ 4.4 $\begin{cases} 3y-x=0 \\ 6y-2x=0 \end{cases}$ 4.5 $\begin{cases} x+y+z=0 \\ ax-3y+4z=0 \\ 3x-ay+5z=0 \end{cases}$

Вариант 5

5.1 $\begin{cases} 3x+4y+5z=2 \\ 9x+16y+25z=2 \\ 27x+64y+125z=-10 \end{cases}$ 5.2 $\begin{cases} 2x-y-z=-9 \\ 3x+4y-2z=6 \\ 3x-2y+4z=12 \end{cases}$

5.3 $\begin{cases} x_1-x_2+3x_3+2x_4=5 \\ 4x_1-x_2+8x_3+11x_4=22 \\ 2x_1+x_2+2x_3+7x_4=12 \\ 3x_1-6x_2+13x_3+3x_4=13 \end{cases}$ 5.4 $\begin{cases} 4x+y=0 \\ 8x+2y=0 \end{cases}$ 5. 5 $\begin{cases} ax+2y+4z=0 \\ 5x+ay+2z=0 \\ 4x-y-2z=0 \end{cases}$

Вариант 6

$$6.1\ \begin{cases} x+y-z=4 \\ y-z=-1 \\ -x+y+z=8 \end{cases} \qquad 6.2\ \begin{cases} 3x+2y+z=7 \\ x+3y+2z=6 \\ x+2y+3z=1 \end{cases}$$

$$6.3\ \begin{cases} 5x_1+x_2+3x_4=1 \\ -2x_1-x_2+4x_3+2x_4=-1 \\ -x_1+x_2-8x_3-7x_4=3 \\ x_1+2x_2-x_3=2 \end{cases} \quad 6.4\ \begin{cases} x-7y=0 \\ 14y-2x=0 \end{cases} \quad 6.5\ \begin{cases} 2x+ay-4z=0 \\ 5x+2y-3z=0 \\ ax-y+z=0 \end{cases}$$

Вариант 7

$$7.1\ \begin{cases} 2x+y-2z=2 \\ y-z=1 \\ -x+y+2z=3 \end{cases} \qquad 7.2\ \begin{cases} 2x+y+z=-4 \\ 2x+2y-z=3 \\ 4x+4y+z=-3 \end{cases}$$

$$7.3\ \begin{cases} 2x_1-x_2+4x_3-2x_4=-3 \\ x_1-2x_2-3x_3+x_4=-6 \\ 3x_1+x_2-2x_3-3x_4=3 \\ -x_1-3x_2+4x_3+5x_4=5 \end{cases} \quad 7.4\ \begin{cases} 5x-y=0 \\ 2y-10x=0 \end{cases} \quad 7.5\ \begin{cases} x-2y+z=0 \\ 6x+ay+10z=0 \\ 4x+y+az=0 \end{cases}$$

Вариант 8

$$8.1\ \begin{cases} 10x+y+10z=10 \\ -x+10y+z=-3 \\ 10x-y+10z=10 \end{cases} \qquad 8.2\ \begin{cases} 4x+y+2z=6 \\ x+3y-z=12 \\ 2x+5y+z=3 \end{cases}$$

8.3 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$ 8.4 $\begin{cases} 4x - y = 0 \\ 2y - 8x = 0 \end{cases}$ 8.5 $\begin{cases} ax + y - 3z = 0 \\ x + ay - 4z = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$

Вариант 9

9.1 $\begin{cases} 11x + y + 11z = 12 \\ -x + 11y + z = 12 \\ 11x - y + 11z = 10 \end{cases}$ 9.2 $\begin{cases} x - y - 3z = -11 \\ 3x + 2y - z = -4 \\ 2x + y - 2z = -7 \end{cases}$

9.3 $\begin{cases} -2x_1 + 4x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 - x_4 = 1 \\ -5x_1 + 9x_2 + 8x_3 - x_4 = 7 \end{cases}$ 9.4 $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ y - 4x = 0 \end{cases}$ 9.5 $\begin{cases} 2x - y + az = 0 \\ 4x + y + 5z = 0 \\ ax + 2y + 3z = 0 \end{cases}$

Вариант 10

10.1 $\begin{cases} 7x + y - 7z = -5 \\ 7y - z = 13 \\ -7x + y - 7z = -5 \end{cases}$ 10.2 $\begin{cases} 4x + 3y - 2z = 12 \\ x - 2y + z = 9 \\ 2x - 3y - 4z = -6 \end{cases}$

10.3 $\begin{cases} x + 2y + 3z = 8 \\ 2x - y - 4z = 1 \\ 3x + 2y + z = 12 \\ x - y - 3z = -1 \\ 4x + 3y + 2z = 17 \end{cases}$ 10.4 $\begin{cases} 6y - x = 0 \\ 2x - 12y = 0 \end{cases}$ 10.5 $\begin{cases} 4x + y + 4z = 0 \\ ax - 2y - z = 0 \\ 7x - y + az = 0 \end{cases}$

Вариант 11

11.1 $\begin{cases} 6x + y - 6z = 13 \\ 6y - z = 6 \\ 6x + y + 6z = 13 \end{cases}$ 11.2 $\begin{cases} 2x + y + 3z = 6 \\ 3x + y + 2z = 1 \\ x + 3y + 2z = 7 \end{cases}$

11.3 $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 + x_5 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 4 \\ x_1 + 8x_2 + 2x_3 - 6x_4 - x_5 = 2 \end{cases}$ 11.4 $\begin{cases} 9y - 2x = 0 \\ 4x - 18y = 0 \end{cases}$ 11.5 $\begin{cases} 3x - 2y + az = 0 \\ 2x + 3y - 5z = 0 \\ 5x + ay - 4z = 0 \end{cases}$

Тема 4. Численные методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений – СНАУ.

Решить методом Ньютона – Рафсона системы нелинейных уравнений:

а) $\begin{cases} 5x - 6y + 20\lg x + 16 = 0 \\ 2x + y - 10\lg y - 4 = 0 \end{cases}$,

б) $\begin{cases} 2x - y - 6\lg x - 3 = 0 \\ 15x - 10y - 60\lg y - 6 = 0 \end{cases}$,

в) $\begin{cases} x - y - 6\lg x - 1 = 0 \\ x - 3y - 6\lg y - 2 = 0 \end{cases}$,

г) $\begin{cases} 6x - 5y - 30\lg x - 12 = 0 \\ 3x - 3y + 30\lg y + 10 = 0 \end{cases}$,

д) $\begin{cases} 15x - 20y - 60\lg x - 6 = 0 \\ 4x - 5y - 20\lg y - 5 = 0 \end{cases}$,

е) $\begin{cases} x - y^2 = x \\ -x + 6y = y \end{cases}$,

ж) $\begin{cases} x = (x^2 - y^2 - x - 3)/3 \\ y = (-x + y - 1)/3 \end{cases}$,

з) $\begin{cases} x = \sin(y) \\ y = -6x + y \end{cases}$,

и) $\begin{cases} x = 2 - x + z \\ y = 2 - x + z \\ z = -9 + 3x + 4y - z \end{cases}$,

к) $\begin{cases} 2x^3 - y^2 - 1 = 0 \\ xy^3 - y - 4 = 0 \end{cases}$

Тема 5. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

Приняв h=0.1, решить указанную задачу Коши

- методом Эйлера,
- методом Эйлера-Коши,
- модифицированным методом Эйлера,
- классическим методом Рунге-Кутта.

1) $y'=2y+3x+1$, $y(0)=0$, $0<x<1$.
2) $y'=x-2y$, $y(0)=0$, $0<x<1$.
3) $y'=y^2+x$, $y(0)=1$, $0<x<1$.
4) $y'=y^2+x^2$, $y(0)=1$, $0<x<1$.
5) $y'=y\cdot x^2+x^3$, $y(0)=1$, $0\le x\le 1$.
6) $y'=x-y$, $y(0)=-1$, $0<x<1$.
7) $y'=x^2-y$, $y(0)=2$, $0<x<1$.
8) $y'=y+x+1$, $y(0)=1$, $0<x<1$.
9) $y'=y-2x$, $y(0)=0$, $0<x<1$.
10) $y'=x-y+2$, $y(1)=0$, $1<x<2$.
11) $y'=y-3x$, $y(0)=1$, $0<x<1$.
12) $y'=y+\cos(x)$, $y(2)=2$, $2<x<3$.
13) $y'=2\ y-\cos(x)$, $y(1)=3$, $1<x<2$.
14) $y'=x+\sin(y)$, $y(1)=1$, $1<x<2$.
15) $y'=x-2\ \sin(y)$, $y(2)=1$, $2<x<3$.

Тема 6. Численное интегрирование.

Задание 1. Метод вычисления интеграла выбирает преподаватель. Рекомендуется вычислить интеграл несколькими методами и сравнить результаты вычислений. Оцените допущенную погрешность. Вычисления производить с четырьмя десятичными знаками.

№	Интеграл	Первообразная функция
1	$\int\limits_{-0,5}^{2} \frac{x^2}{(1-x)^3}dx$	$\frac{4x+3}{2(1+x)^2}+\ln(1+x)$
2	$\int\limits_{-1,2}^{1.5} \frac{x}{1+x^4}dx$	$\frac{1}{2}\operatorname{arctg}(x^2)$
3	$\int\limits_{-0,8}^{0.9} \frac{2x}{1-x^4}dx$	$\frac{1}{2}\ln\frac{1+x^2}{1-x^2}$
4	$\int\limits_{0.1}^{3} \frac{dx}{(1+x^2)x}$	$\ln\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

5	$\int_0^{2.5} \frac{1+2x}{(2+x)\sqrt{x+2}}dx$	$\frac{14+4x}{\sqrt{2+x}}$
6	$\int_0^{2.8} x^3 e^x dx$	$e^x(x^3-3x^2+6x-6)$
7	$\int_{-0.5}^{1.5} \frac{\sin^3 x}{\cos x}dx$	$-0.5\sin^2 x - \ln\cos x$
8	$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\cos 3x}{\cos^2 x}dx$	$4\sin x$ - $3\ln(tg(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}))$
9	$\int_{-0.5}^{1.2} \frac{tgx}{1+2tg^2 x}dx$	$0.5\ln(\cos^2 x + 2\sin^2 x)$
10	$\int_{-0.4}^{1.2} \frac{\sin x}{\sqrt{1+3\sin^2 x}}dx$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)$
11	$\int_0^{\pi/2} \frac{x+\sin x}{1+\cos x}dx$	$x tg\frac{x}{2}$
12	$\int_{1.2}^{2.0} \frac{1}{x\ln x}dx$	$\ln(\ln x)$

Задание 2. Разделив отрезок интегрирования на n равных частей, вычислить приближенное значение определенного интеграла (тремя методами, по выбору):

– методом прямоугольников;
– методом трапеций;
– по формуле Симпсона;
– методом Ромберга.

Во всех методах оценить допущенную погрешность. Вычисления производить с четырьмя десятичными знаками.

№	Интеграл	n
1	$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^3}$	10
2	$\int_0^2 \frac{dx}{1+x^3}$	12

3	$\int_1^2 \frac{dx}{1+x^3}$	8
4	$\int_0^2 \sqrt{2+x^2}dx$	10
5	$\int_{-1}^2 \sqrt{2+x^2}dx$	12
6	$\int_0^1 \sqrt{2+x^2}dx$	8
7	$\int_{-1}^1 \sqrt{8-x^2}dx$	10
8	$\int_{-1}^2 \sqrt{8-x^2}dx$	12
9	$\int_{-1}^1 \sqrt{x^2+3}dx$	8

Тема 7. Применение системы MATLAB в задачах вычислительной математики.

Работа в режиме прямых вычислений
Обзор и использование внешних расширений системы
Работа с графическими средствами.

2.2 Оценочные средства для промежуточного контроля
Тестовые задания

НАХОЖДЕНИЕ КОРНЕЙ УРАВНЕНИЙ

1. Локализовать корень уравнения означает:

а) указать промежуток на горизонтальной оси координат, где находится один и только один корень уравнения f(x)=0;

б) указать промежуток на вертикальной оси координат, где находится один и только один корень уравнения f(x)=0;

в) указать промежуток на вертикальной оси координат, где находятся два и более корня уравнения f(x)=0;

г) указать промежуток на горизонтальной оси координат, где находятся два и более корня уравнения f(x)=0.

2. Существуют ли формулы, выражающие корни любого уравнения пятой степени?

а) в начале XIX века доказана невозможность подобных алгоритмов для уравнений n-й степени, начиная с n=5;

б) да, существуют;

в) да, но они слишком громоздкие;

г) существуют только для ряда частных случаев.

3. Корнем уравнения f(x)=0 называется:

а) всякое значение ξ, обращающее функцию f(x) в нуль, т.е. $f(\xi)=0$;

б) всякое значение ξ, обращающее функцию f(x) в единицу, т.е. $f(\xi)=1$;

в) всякое значение ξ, не обращающее функцию f(x) в нуль, т.е. $f(\xi)\neq0$;

г) любое значение, которое принимает трансцендентная функция.

4. В методе простых итераций для решения трансцендентных уравнений итерационный процесс сходится, если:

а) соблюдается условие $f'(x)<1$ при a<x<b ($x_n \to \bar{x}, n \to \infty$);

б) выполняется условие $|x_{n+1}-x_n| \geq \varepsilon$, где ε – заданная погрешность вычисления корня;

в) соблюдается условие $f'(x)>1$ при a<x<b;

г) выполняется условие $|x_{n+1}-x_n| \leq \varepsilon$, где ε – заданная погрешность вычисления корня.

5. В методе простых итераций для решения нелинейных уравнений итерационный процесс сходится, если:

а) соблюдается условие $f'(x)<1$ при a<x<b ($x_n \to \bar{x}, n \to \infty$);

б) выполняется условие $|x_{n+1}-x_n| \geq \varepsilon$, где ε – заданная погрешность вычисления корня;

в) соблюдается условие $f'(x)>1$ при a<x<b;

г) выполняется условие $|x_{n+1}-x_n| \leq \varepsilon$, где ε – заданная погрешность вычисления корня.

6. В методе простых итераций для решения трансцендентных уравнений процесс итерации следует продолжать до тех пор, пока:

а) для двух последовательных приближений не будет выполнено неравенство $|x_{n+1}-x_n| \geq \varepsilon$, где ε – заданная погрешность вычисления корня;

б) не выполнится условие $f'(x)<1$ при a<x<b;

в) не выполнится условие $f'(x)>1$ при a<x<b;

г) для двух последовательных приближений не будет выполнено неравенство $|x_{n+1}-x_n| \leq \varepsilon$, где ε – заданная погрешность вычисления корня;

д) для двух последовательных приближений не будет выполнено неравенство $|x_n - x_{n-1}| \leq \dfrac{1-q}{q}\varepsilon$, где ε – точность вычисления корня и $|\varphi'(x)| \leq q < 1$.

7. В методе простых итераций для решения нелинейных уравнений процесс итерации следует продолжать до тех пор, пока:

а) для двух последовательных приближений не будет выполнено неравенство $\left|x_{n+1}-x_n\right| \geq \varepsilon$, где ε – заданная погрешность вычисления корня;

б) не выполнится условие $f'(x) < 1$ при a<x<b;

в) не выполнится условие $f'(x) > 1$ при a<x<b;

г) для двух последовательных приближений не будет выполнено неравенство $\left|x_{n+1}-x_n\right| \leq \varepsilon$, где ε – заданная погрешность вычисления корня;

д) для двух последовательных приближений не будет выполнено неравенство $\left|x_n - x_{n-1}\right| \leq \dfrac{1-q}{q}\varepsilon$, где ε–точность вычисления корня и $\left|\varphi'(x)\right| \leq q < 1$.

8. Метод итераций решения нелинейных уравнений основан на:

а) представлении F(x)=0 в виде x=f(x) и многократно повторяющемся итерационном процессе $x_{n+1} = f(x_n)$, до тех пор, пока $\left|x_{n+1}-x_n\right| \leq \dfrac{1-q}{q}\varepsilon$, $\left|f'(x)\right| \leq q < 1$;

б) представлении F(x)=0 в виде x=f(x) и многократно повторяющемся итерационном процессе $x_{n+1} = f(x_n)$, до тех пор, пока $\left|x_{n+1}-x_n\right| \geq \varepsilon$;

в) представлении F(x)=0 в виде x=f(x) и многократно повторяющемся итерационном процессе $x_{n+1} = f(x_n)$, до тех пор, пока $\left|x_{n+1}+x_n\right| \leq \varepsilon$;

г) представлении F(x)=0 в виде x=f(x) и многократно повторяющемся итерационном процессе $x_{n+1} = f(x_n)$, до тех пор, пока $\left|x_{n+1}+x_n\right| \geq \varepsilon$.

9. Метод Ньютона для решения нелинейных уравнений F(x)=0 основан:

а) на замене F(x) в точке начального приближения $x=x_0$ касательной, пересечение которой с осью x дает первое приближение x_1 и т.д.;

б) на замене F(x) в точке начального приближения $x=x_0$ хордой, пересечение которой с осью x дает первое приближение x_1 и т.д.;

в) на замене F(x) в точке начального приближения $x=x_0$ секущей, пересечение которой с осью x дает первое приближение x_1 и т.д.;

г) на замене F(x) в точке начального приближения $x=x_0$ параболой, пересечение которой с осью x дает первое приближение x_1 и т.д.

10. В методе Ньютона решения нелинейных уравнений F(x)=0 процесс схождения к корню реализуется формулой:

а) $x_{n+1} = x_n - \dfrac{F(x_n)}{F'(x_n)}$, до тех пор, пока $\left|x_{n+1}-x_n\right| \geq \varepsilon$;

б) $x_{n+1} = x_n + \dfrac{F(x_n)}{F'(x_n)}$, до тех пор, пока $\left|x_{n+1}-x_n\right| \geq \varepsilon$;

в) $x_{n+1} = x_n - \dfrac{F(x_n)}{F'(x_n)}$, до тех пор, пока $\left|x_{n+1} + x_n\right| \geq \varepsilon$;

г) $x_{n+1} = x_n + F'(x_n)$, до тех пор, пока $\left|x_{n+1} - x_n\right| \geq \varepsilon$.

ЗАДАЧИ К МЕТОДАМ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

20. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $3^{4x+5} = 81$

а) (-1;0]
б) (0;3]
в) (3;4]
г) (4;+∞]

21. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $4^{5x-8} = 64$

а) (-∞;-3]
б) (-3;-2]
в) (-2;0]
г) (0;3]

22. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $6^{3x+5} = 36$

а) (-∞;-8]
б) (-8;0]
в) (0;20)
г) [20; +∞]

23. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $2^{5-3x} = 16$

а) (-3;-1]
б) [-1;0)
в) (0;1)
г) [1; 3)

24. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $2^{5x-6} = 8$

а) (-3;-1)
б) [-1;0)
в) (0;1]
г) (1; 3)

25. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $6^{10x} - 1 = 36$

а) (-4;-1)
б) [-1;0)
в) (0;1)
г) [1; 4)

26. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $5^{2x-2,3} = 125$

а) [0;1)

б) [1;2)

в) [2;10)

г) [10; +∞)

27. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $9^{8\tilde{o}+5} = 81$

а) (-10;-1]

б) (-1;0)

в) (0;1)

г) [1; 10)

РЕШЕНИЕ СЛАУ И СНАУ

28. Для системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) записанной в матричной форме $A \cdot X = B$, Δ - определитель СЛАУ, Δ_i(i=1, 2, …, n) - определитель, который получается из определителя системы путем замены i-го столбца столбцом свободных членов B, верно:

а) если определитель системы $\Delta \neq 0$, то система совместна и имеет единственное решение;

б) если определитель системы $\Delta = 0$, то система совместна и имеет единственное решение;

в) если определитель системы $\Delta < 0$, то система совместна и имеет единственное решение;

г) если определитель системы $\Delta \leq 0$, то система совместна и имеет единственное решение.

29. Для системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) записанной в матричной форме $A \cdot X = B$, Δ - определитель СЛАУ, Δ_i (i=1, 2, …, n) - определитель, который получается из определителя системы путем замены i-го столбца столбцом свободных членов B, верно:

а) если определитель системы $\Delta = 0$ и все определители Δ_i=0, то система имеет либо бесчисленное множество решений, либо несовместна (т.е. не имеет решения);

б) если определитель системы $\Delta = 0$, то система совместна и имеет единственное решение;

в) если определитель системы $\Delta < 0$, то система совместна и имеет единственное решение;

г) если определитель системы $\Delta \leq 0$, то система совместна и имеет единственное решение.

30. Для системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) записанной в матричной форме $A \cdot X = B$, Δ - определитель СЛАУ, Δ_i (i=1, 2, …, n) - определитель, который получается из определителя системы путем замены i-го столбца столбцом свободных членов B, верно:

а) если определитель системы $\Delta = 0$ и хотя бы один из определителей $\Delta_i \neq 0$, то система несовместна (т.е. не имеет решения);

б) если определитель системы $\Delta = 0$, то система совместна и имеет единственное решение;

в) если определитель системы $\Delta < 0$, то система совместна и имеет единственное решение;

г) если определитель системы $\Delta \leq 0$, то система совместна и имеет единственное решение.

31. Для системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) записанной в матричной форме $A \cdot X = B$, Δ - определитель СЛАУ, Δ_i (i=1, 2, …, n) - определитель, который получается из определителя системы путем замены i-го столбца столбцом свободных членов B, выберите наиболее верные утверждения:

а) если определитель системы $\Delta \neq 0$, то система совместна и имеет единственное решение;

б) если определитель системы $\Delta = 0$ и все определители $\Delta_i=0$, то система имеет либо бесчисленное множество решений, либо несовместна (т.е. не имеет решения);

в) если определитель системы $\Delta = 0$ и хотя бы один из определителей $\Delta_i \neq 0$, то система несовместна (т.е. не имеет решения);

г) если определитель системы $\Delta = 0$, то система совместна и имеет единственное решение;

д) если определитель системы $\Delta < 0$, то система совместна и имеет единственное решение;

е) если определитель системы $\Delta \leq 0$, то система совместна и имеет единственное решение.

32. Точными (конечными) методами решения СЛАУ являются:

а) методы, представляющие собой конечные алгоритмы и позволяющие получить решение (с точностью до ошибок округления) с помощью конечного числа арифметических операций;

б) методы, позволяющие получить решение с заданной точностью ε путем применения сходящихся бесконечных процессов.

МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

40. Основной задачей аппроксимации является:

а) построение приближенной функции, в целом наиболее близко проходящей около данных точек или около данной непрерывной функции;

б) отыскание промежуточных значений функции внутри интервала по имеющимся значениям в узловых точках;

в) отыскание значение функции вне заданного интервала по имеющимся данным внутри интервала;

г) процесс нахождения значений х по заданным значениям у.

41. Можно ли при аппроксимации полиномом таблично заданной функции обеспечить прохождение аппроксимирующей функции точно через все точки?

а) можно, в общем случае, если задать степень аппроксимирующего полинома равной номеру последней точки (если нумерация точек начинается с нуля), однако в этом случае аппроксимирующая функция превращается в интерполяционную;

б) нельзя;

в) неизвестно, требуется уточнение для конкретного случая;

г) да, это возможно, но только для близких табличных значений.

42. Всегда ли увеличение суммы квадратов отклонений соответствует худшей близости исходной и аппроксимирующей функций?

а) нет, не всегда увеличение суммы квадратов отклонений соответствует худшей близости исходной и аппроксимирующей функций;

б) да, всегда;

в) неизвестно, требуется уточнение для конкретного случая;

г) да, это возможно, но только для близких табличных значений.

43. Можно ли с помощью метода наименьших квадратов найти параметры неполиномиальной аппроксимирующей функции?

а) можно найти параметры в принципе любой аппроксимирующей функции;

б) нет;

в) неизвестно, требуется уточнение для конкретного случая;

г) да, это возможно, но только для близких табличных значений.

44. В чем отличие применения метода наименьших квадратов при использовании в качестве аппроксимирующей функции полинома и показательной функции?

а) при использовании в качестве аппроксимирующей функции, в которую искомые параметры входят нелинейно, система нормальных уравнений будет нелинейной и её решение не всегда возможно найти аналитически;

б) нет никаких отличий;

в) неизвестно, требуется уточнение для конкретного случая.

45. В каком случае система нормальных уравнений получается линейной относительно искомых коэффициентов?

а) система нормальных уравнений получается линейной только в случае, когда при квадратичной мере близости параметры в аппроксимирующую функцию входят линейно;

б) неизвестно, требуется уточнение для конкретного случая;

в) в любом случае;

г) это возможно, но только для близких табличных значений.

46. В каком случае не удастся получить искомые коэффициенты непосредственно из решения системы нормальных уравнений?

а) в случае, когда система уравнений сильно нелинейна;
б) неизвестно, требуется уточнение для конкретного случая;
в) в любом случае;
г) это возможно, но только для близких табличных значений.

ЗАДАЧИ К МНК

47. Найти углы, под которыми парабола $y = x^2 - x$ пересекает ось абсцисс.
а) $\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}$
б) $\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}$
в) 30; 20
г) 40; 50

48. Составьте уравнения касательных и кривой $y = x^2 - 4x + 2$, проходящих через точку (4; 1)
а) y=2x-7; y=6x-23
б) y=7x-2; y=23x-6
в) y=7x; y=23x
г) y=2x; y=6x

49. Уравнение касательной к кривой $y=x^2-3x+5$ в точке с абсциссой x=1
а) y=-x+4
б) y=-x
в) y=4
г) y=-4x
д) y=x-4

50. Найти точки, в которых касательные к кривой $y=x^3+x-2$ параллельны прямой y=4x-1
а) (-1;-4) и (1; 0)
б) (1;4) и (-1; 0)
в) (4;-4) и (0; 0)
г) (0;-4) и (0; 1)

51. В каких точках касательная к графику функции $y = \frac{x+2}{x-2}$ образует с осью Ox угол 135^o ?
а) (0;-1) и (4; 3)
б) (1;4) и (-1; 0)
в) (4;-4) и (0; 0)

г) (0;-4) и (0; 1)

52. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x+7$ в точке с абсциссой $x_0=3$

а) 7
б) 18,75
в) 10
г) (-1)

53. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=x^3-3x^2-11$ в точке с абсциссой $x_0=2$

а) 0
б) (-11)
в) (-15)
г) (-26)

МЕТОДЫ ИНТЕРПОЛЯЦИИ

60. Интерполяция – это:

а) отыскание промежуточных значений функции внутри интервала по имеющимся значениям в узловых точках;

б) отыскание значений функции вне заданного интервала по имеющимся данным внутри интервала;

в) процесс нахождения значений x по заданным значениям y.

61.Экстраполяция – это:

а) отыскание значений функции вне заданного интервала по имеющимся данным внутри интервала;

б) отыскание промежуточных значений функции внутри интервала по имеющимся значениям в узловых точках;

в) процесс нахождения значений x по заданным значениям y.

62. Обратная интерполяция − это:

а) процесс нахождения значений x по заданным значениям y;

б) отыскание значений функции вне заданного интервала по имеющимся данным внутри интервала;

в) отыскание промежуточных значений функции внутри интервала по имеющимся значениям в узловых точках.

63. Полином Лагранжа для трёх точек:

а) $$y(x)=y_0\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}+y_1\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}+y_2\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)};$$

б) $y(x)=y_0+(x-x_0)\dfrac{y_1-y_0}{x_1-x_0}+\dfrac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)}\left(\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_0}-\dfrac{y_1-y_0}{x_1-x_0}\right)$;

в) $y(x)=\left(\dfrac{x_2-x}{x_2-x_1}y_1-\dfrac{x_1-x}{x_2-x_1}y_2\right)\dfrac{x_3-x}{x_3-x_1}-\left(\dfrac{x_3-x}{x_3-x_2}y_2-\dfrac{x_2-x}{x_3-x_2}y_3\right)\dfrac{x_1-x}{x_3-x_1}$.

64. Полином Ньютона для трёх точек:

а) $y(x)=y_0+(x-x_0)\dfrac{y_1-y_0}{x_1-x_0}+\dfrac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)}\left(\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_0}-\dfrac{y_1-y_0}{x_1-x_0}\right)$;

б) $y(x)=\left(\dfrac{x_2-x}{x_2-x_1}y_1-\dfrac{x_1-x}{x_2-x_1}y_2\right)\dfrac{x_3-x}{x_3-x_1}-\left(\dfrac{x_3-x}{x_3-x_2}y_2-\dfrac{x_2-x}{x_3-x_2}y_3\right)\dfrac{x_1-x}{x_3-x_1}$;

в) $y(x)=y_0\dfrac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}+y_1\dfrac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}+y_2\dfrac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}$.

ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

74. Вычисление определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ проводится по формуле прямоугольников:

а) $\int_a^b f(x)dx\approx\dfrac{b-a}{n}(y_0+y_1+y_2+\ldots+y_{n-1})$;

б) $\int_a^b f(x)dx\approx\dfrac{b-a}{n}\left[\dfrac{y_0+y_n}{2}+y_1+y_2+\ldots+y_{n-1}\right]$;

в) $\int_a^b f(x)dx\approx\dfrac{(b-a)}{6n}\left[y_0+y_{2n}+4(y_1+y_3+\ldots+y_{2n-1})+2(y_2+y_4+\ldots+y_{2n-2})\right]$.

75. Вычисление определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ проводится по формуле трапеций:

а) $\int_a^b f(x)dx\approx\dfrac{b-a}{n}(y_0+y_1+y_2+\ldots+y_{n-1})$;

б) $\int_a^b f(x)dx\approx\dfrac{b-a}{n}\left[\dfrac{y_0+y_n}{2}+y_1+y_2+\ldots+y_{n-1}\right]$;

в) $\int_a^b f(x)dx\approx\dfrac{(b-a)}{6n}\left[y_0+y_{2n}+4(y_1+y_3+\ldots+y_{2n-1})+2(y_2+y_4+\ldots+y_{2n-2})\right]$.

76. Вычисление определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ проводится по методу Симпсона:

а) $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}(y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1})$;

б) $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}\left[\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1}\right]$;

в) $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{(b-a)}{6n}[y_0 + y_{2n} + 4(y_1 + y_3 + \ldots + y_{2n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \ldots + y_{2n-2})]$.

77. Погрешность формулы прямоугольников при вычислении определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$:

а) $R \le \frac{\max|f'(x)|(b-a)^2}{2n}$;

б) $R \le \frac{\max|f''(x)|(b-a)^3}{12n^2}$;

в) $R \le \frac{\max|f^{(VI)}(x)|(b-a)^5}{180(2n)^4}$.

78. Установите соответствия между формулами численного интегрирования и оценками их погрешностей:

а) $\frac{b-a}{n}\left[\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1}\right]$;	а) $R \le \frac{\max|f'(x)|(b-a)^2}{2n}$.
б) $\frac{(b-a)}{6n}\left[\begin{array}{l} y_0 + y_{2n} + \\ + 4(y_1 + y_3 + \ldots + y_{2n-1}) + \\ \quad + 2(y_2 + y_4 + \ldots + y_{2n-2}) \end{array}\right]$;	б) $R \le \frac{\max|f''(x)|(b-a)^3}{12n^2}$.
в) $\frac{b-a}{n}(y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1})$.	в) $R \le \frac{\max|f^{(VI)}(x)|(b-a)^5}{180(2n)^4}$.

79. Установите соответствия между формулами численного интегрирования и названиями методов:

а) $\frac{b-a}{n}\left[\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1}\right]$;	а) метод трапеций;
б) $\frac{(b-a)}{6n}\left[\begin{array}{l} y_0 + y_{2n} + \\ + 4(y_1 + y_3 + \ldots + y_{2n-1}) + \\ \quad + 2(y_2 + y_4 + \ldots + y_{2n-2}) \end{array}\right]$;	б) метод прямоугольников;

в) $\frac{b-a}{n}\left(y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1}\right)$.　　　в) метод парабол.

80. Установите соответствия между оценками погрешностей формул численного интегрирования и названиями методов:

а) метод трапеций;　　　а) $R \le \frac{\max|f'(x)|(b-a)^2}{2n}$;

б) метод прямоугольников;　　　б) $R \le \frac{\max|f''(x)|(b-a)^3}{12n^2}$;

в) метод Симпсона.　　　в) $R \le \frac{\max|f^{(VI)}(x)|(b-a)^5}{180(2n)^4}$.

Вопросы к экзамену

1а). Метод наименьших квадратов (линейная регрессия).

1б). Полиномиальная аппроксимация по МНК.

2а) Интерполирование по Лагранжу и схема Эйткена.

2б). Интерполирование функций.

3. Методы решения нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений: простых итераций.

4. Метод дихотомии решения нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений.

5. Метод Ньютона-Рафсона решения нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений.

6. Модифицированный метод Ньютона решения нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений.

7. Метод Мейкона (случай почти равных корней) решения нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений.

8. Метод итераций решения систем нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений.

9. Метод Гаусса решения систем нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений.

10. Метод Зейделя решения систем нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений.

11. Метод Ньютона-Рафсона для систем линейных и нелинейных алгебраических уравнений (СЛАУ и СНАУ).

12. Методы численного интегрирования.

13. Методы трапеций.

14. Метод Симпсона.

15. Метод Гаусса.

16. Метод Ромберга.

17. Методы решения дифференциальных уравнений.

18. Модифицированный метод Эйлера.

19. Метод Рунге-Кутта 4-го порядка.

20а). Метод Гира для обыкновенных дифференциальных уравнений.

20б). Методы прогноза и коррекции для ОДУ.
21. Фурье-анализ.
22. Быстрое преобразование Фурье (БПФ).
23*). Одномерный, двумерный анализ Фурье.
24а*). Полиномы Чебышёва.
24б*). Экономизация степенных рядов.
25. Графика MatLab: высокоуровневая, дескрипторная, специальная, анимационная, трехмерная.

Примечание.
1. Пункты а,б) - вопрос отнесен к системе MatLab.
2. Со звездочкой (*) – по возможности и желанию студента.
3. Студент должен уметь реализовать тот или иной численный метод или алгоритм в среде VBA MS Office и в системе MatLab.

Оценивание результатов обучения в форме уровня сформированности элементов компетенций проводится путем контроля во время промежуточной аттестации в форме экзамена:

а) оценка «отлично» – часть компетенции сформированы полностью на продвинутом уровне;

б) оценка «хорошо» – часть компетенции сформированы на повышенном уровне;

в) оценка «удовлетворительно» - часть компетенции сформированы на пороговом уровне;

г) оценка «неудовлетворительно» - компетенция(и) или ее часть(и) не сформированы.

Критерии, на основе которых выставляются оценки при проведении текущего контроля и промежуточной аттестации приведены в табл. 1.

Оценка «неудовлетворительно» ставятся также в случаях, если обучающийся не приступал к выполнению задания, а также при обнаружении следующих нарушений:

– списывание;
– плагиат;
– фальсификация данных и результатов работы.

Таблица 1 – Критерии выставления оценок при проведении текущего контроля и промежуточной аттестации

Шкала оценки	Оценка	Критерий выставления оценки
Четырехбалльная шкала	Отлично	Обучающийся ответил на все теоретические вопросы. Показал знания в рамках учебного материала, в том числе и по заданиям СРС. Выполнил практические задания. Показал высокий уровень умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в расширенных рамках учебного материала.
	хорошо	Обучающийся ответил на большую часть теоретических вопросов. Показал знания в узких рамках учебного материала. Выполнил практические и задания с допустимой погрешностью. Показал хороший уровень умения и владения навыками применения

		полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала.
	удовлетворительно	Обучающиеся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических работ, продемонстрировал низкий уровень знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы были допущены неправильные ответы
	неудовлетворительно	Обучающиеся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических работ, продемонстрировал крайне низкий уровень знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов

2.3. Итоговая диагностическая работа по дисциплине

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕТОДЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ»

Номер задания	Правильный ответ *	Содержание вопроса	Компетенция	Код и наименование индикатора достижения компетенции
1.		*В чем отличие численных методов от других методов решения задач?*	ОПК-1	**ИД - 3 ОПК-1** Знает численные методы решения математических задач, не допускающих аналитических решений, или требующих проведения вычислительных экспериментов; понимает и умеет применять критерии выбора численных методов при математическом моделировании задач, поставляемых практикой профессиональной деятельности

2.		Какие погрешности могут возникать при решении задач?	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
3.		Что такое абсолютная и относительная погрешность?	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
4.		С чем связаны ошибки округления при вычислениях на ЭВМ?	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
5.		Что такое устойчивость алгоритма решения задачи?	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
6.		*Сравните погрешности численного дифференцирования при использовании формуллевосторонней разности, правосторонней разности и двусторонней разности.*	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
7.		Как зависит погрешность формул численного дифференцирования от величины шагадифференцирования?	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
8.		Зависит ли погрешность вычисления суммы слагаемых от порядка их суммирования наЭВМ?	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
9.		Сравните погрешности численного интегрирования при использовании формул левостороннего прямоугольника, трапеций, среднего прямоугольника и Симпсона.	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
10.		Как зависит погрешность численного интегрирования от шага интегрирования.	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
11.		В чем различие точных и итерационных численных методов решения задач?	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
12.		Приведите пример точного и итерационного численного метода решения задач	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
13.		Почему метод Крамера редко используют для решения систем линейных алгебраических уравнений?	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
14.		В чем состоит преимущество метода Гаусса перед методом Крамера при решениисистемы линейных алгебраических уравнений?	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
15.		Зачем в методе Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений используют алгоритм выбора главного элемента?	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**
16.		В чем состоят преимущества и недостатки способа решения нелинейногоалгебраического уравнения методом деления отрезка пополам?	ОПК-1	**ИД - 3** **ОПК-1**

17.		В чем состоят преимущества и недостатки способа решения нелинейногоалгебраического уравнения методом Ньютона?	ОПК-1	**ИД - 3 ОПК-1**
18.		Когда для решения системы линейных алгебраических уравнений можно применитьметод прогонки?	ОПК-1	**ИД - 3 ОПК-1**
19.		В чем состоит различие задач интерполяции и аппроксимации?	ОПК-1	**ИД - 3 ОПК-1**
20	Интерполяция	Способ нахождения промежуточных значений величины по имеющемуся дискретномунабору известных величин называется:	ОПК-1	**ИД - 3 ОПК-1**
21	Аппроксимация	Замена сложной функции простой функцией, усредненно проходящей вблизи заданныхточек называется:	ОПК-1	**ИД - 3 ОПК-1**
22		Для решения каких задач применяются методы Рунге-Кутты?	ОПК-1	**ИД - 3 ОПК-1**